

# Problemas resueltos de recipientes a presión de pared delgada

21 de Julio de 2008

## I Introducción

En este apartado vamos a centrarnos en la resolución de problemas que conciernen a aquellos recipientes de pared delgada expuestos a la acción de líquidos o gases. Éstos ejercen una presión sobre las paredes del recipiente, que producen esfuerzos en las paredes y denominaremos tensiones de membrana como se muestra en la figura 1. Un análisis de equilibrio estático conduce a la siguiente relación:

$$\frac{\sigma_m}{r_m} + \frac{\sigma_c}{r_c} = \frac{p}{e},$$

donde  $\sigma_m$ ,  $\sigma_c$  son la tensión meridiana y circunferencial,  $r_m$ ,  $r_c$  los correspondientes radios de curvatura,  $e$  el espesor del recipiente y  $P$  la presión manométrica<sup>1</sup>. En la expresión anterior las tensiones y la presión son perpendiculares entre si ( $\sigma_m \perp \sigma_c \perp P$ ). Estas magnitudes pueden verse en la figura 1, en la que se muestran los radios de curvatura con sus respectivos centros  $o_c$  y  $o_m$ .

En aquellas situaciones en las que uno de los radios de curvatura sea infinito, recurriremos al balance de fuerzas para calcular la correspondiente tensión de membrana, como es el caso de conos y cilindros, aunque este tipo de análisis sigue siendo válido para casos en los que ambos radios son finitos, como ilustraremos mediante algún ejemplo.

---

<sup>1</sup>La presión manométrica se define como la diferencia de presión entre el interior y el exterior del recipiente

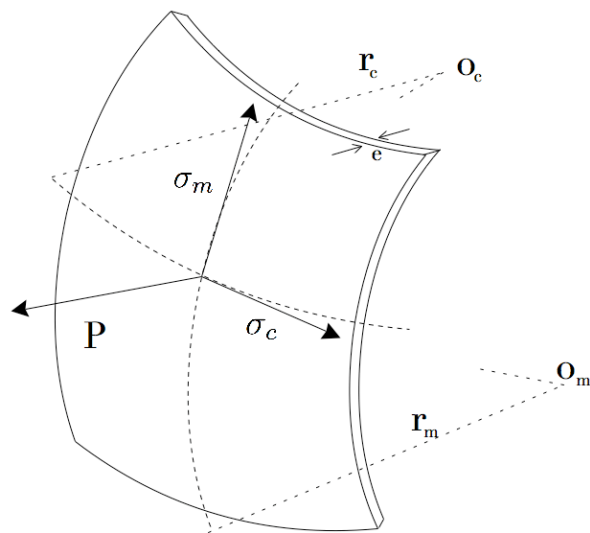


Figure 1: Tensiones, Presión manométrica y Radios de curvatura para una pared delgada de espesor  $e$

## 2 Recipientes a presión constante

## 3 Recipientes a presión variable

Supongamos un depósito cónico sujeto en su parte superior y lleno de líquido como indica la figura 3. Para calcular la tensión meridiana podemos utilizar el método de las secciones (ver figura 3). Sobre la superficie inferior de altura  $z$  mostrada en la figura

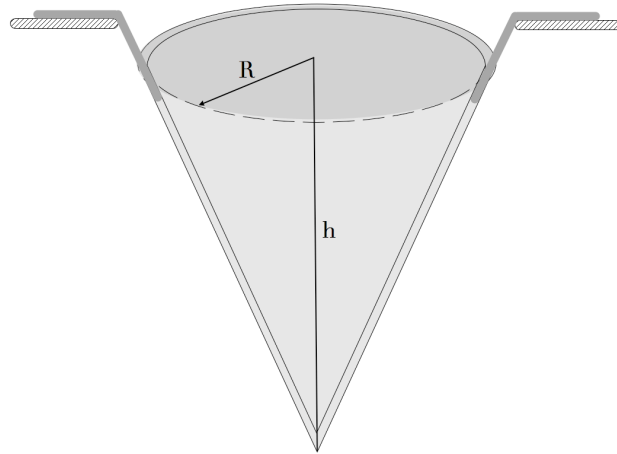


Figure 2: Cono invertido

3, las columnas de agua de altura variable entre  $h - z$  y  $h$  ejercen una presión que es contrarrestada exactamente por las tensiones meridianas a la distancia  $z$  del vértice del cono. El balance de fuerzas sobre la vertical lo obtenemos integrando la proyección vertical de la tensión meridiana sobre la sección del anillo de radio  $r$  y espesor  $e$  a la altura considerada,  $\sigma_m(z) \cos(\alpha) 2\pi e r(z)$  que ha de ser igual al peso de la columna de agua soportada por la correspondiente superficie cónica  $\int_0^z dP_{columna} = P_{cono} + P_{cilindro}^{(2)}$ ,

$$P_{cono} + P_{cilindro} = \gamma \pi r^2 \left( h - \frac{2r}{3 \tan(\alpha)} \right),^{(3)}$$

<sup>2</sup>Para calcular el peso de la columna tendremos en cuenta que el volumen del cono considerado es  $v_{cono} = zA(z)/3 = z\pi r^2/3$  y del cilindro  $v_{cilindro} = (h-z)A(z) = (h-z)\pi r^2$ . La relación entre el radio y la altura viene dada por la razón geométrica que podemos inferir de la figura 3,  $\tan(\alpha) = R/h = r/z$ .

<sup>3</sup> $\gamma = g\rho$  se define como el peso específico.

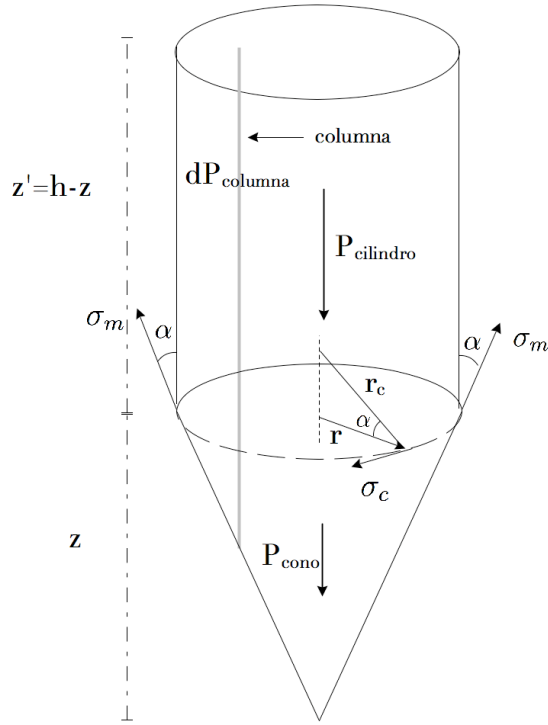


Figure 3: Balance de fuerzas a una altura  $z$

Por tanto la tensión meridiana es:

$$\sigma_m = \frac{\gamma \tan(\alpha)}{2e \cos(\alpha)} z \left( h - \frac{2}{3} z \right),$$

Para calcular la tensión circunferencial tenemos en cuenta la relación,

$$\frac{\sigma_m}{r_m} + \frac{\sigma_c}{r_c} = \frac{p}{e},$$

y como el radio meridiano es infinito,

$$r_m = \infty,$$

y el radio de curvatura, como se deduce de la figura 3, es

$$r_c = \frac{r}{\cos(\alpha)} = \frac{z \tan(\alpha)}{\cos(\alpha)},$$

y la presión a la altura considerada,

$$p = \gamma (h - z),$$

la tensión circunferencial resulta ser:

$$\sigma_c = \frac{\gamma \tan(\alpha)}{e \cos(\alpha)} z (h - z),$$