

Ejercicios propuestos, Hoja 2

I Impacto

1. Una masa de medio kilogramo se fija en el extremo de un cordón de nylon de longitud l y sección transversal $A = 0.065\text{cm}^2$. El otro extremo está sujeto a un soporte S . Si soltamos la masa desde la posición de reposo en el nivel S y cae en la longitud total l del cordón por efecto de la gravedad. ¿Qué esfuerzo máximo de tracción se producirá en el cordón si este se estira elásticamente hasta quedar en reposo?. Desprecie el peso del cordón y explique por qué el esfuerzo máximo σ no depende de l . El módulo de elasticidad del nylon en tracción es $E = 0.28 \cdot 10^5 \text{Kg/cm}^2$.

Solución: $\sigma_{max} = 717 \text{Kg/cm}^2$.

2. El martillo de 450Kg de un martinete (hincapilotes)¹, cayendo libremente desde una altura $h = 90\text{cm}$ golpea en la cabeza de un pilote de 7m de longitud y 30cm de diámetro, al que se supone fijo en su extremo inferior. Determine la máxima tensión de compresión σ producida en el pilote si su módulo de Young es $E_{pilote} = 0.105 \cdot 10^6 \text{Kg/cm}^2$. Desprecie el peso del pilote y las pérdidas de energía debidas al impacto.

Solución: $\sigma_{max} = 432 \text{Kg/cm}^2$

3. Para el sistema representado en la figura 1, determine la altura h desde la que ha de caer el peso W para producir un esfuerzo máximo $\sigma = 2100 \text{Kg/cm}^2$ en la barra. Datos: $W = 140\text{N}$, $l = 180\text{cm}$, $A = 3\text{cm}^2$, $E = 2.1 \cdot 10^6 \text{Kg/cm}^2$.

Solución: $h = 38\text{cm}$

¹El martinete es una máquina consistente en un martillo o mazo movido mecánicamente. Se llama también martinete a un mazo de gran peso, también denominado «martillo pilón», usado en la forja, batido y estampado o embutido de metales.

²Garza nocturna

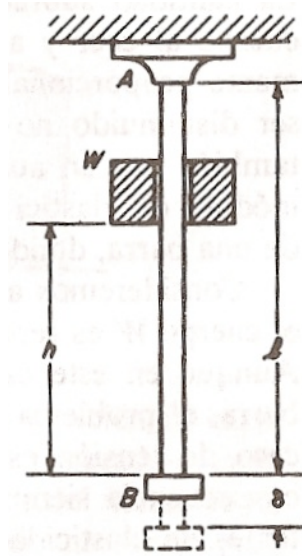


Figure 1: ejercicio 1.3

4. Un peso $W = 4500Kg$ fijado en el extremo de un cable de acero desciende con velocidad constante $v = 1m/s$ como se muestra en la figura 2. ¿Qué esfuerzo se produce en el cable cuando se inmoviliza repentinamente su extremo superior?. La longitud libre del cable en el momento del impacto es $l = 18m$, el área neta de su sección transversal es $A = 16cm^2$ y $E = 1.05 \cdot 10^6 Kg/cm^2$.

Solución $\sigma = 1575Kg/cm^2$.

5. Con referencia al sistema representado en la figura 2, hallar el esfuerzo máximo si hay un muelle corto entre el extremo del cable y la carga W . Estáticamente el resorte se alarga $1.27cm$ por cada $454Kg$ de tracción³, es decir, tiene una constante elástica $k = 357.6Kg/cm$

Solución $\sigma = 505Kg/cm^2$.

³Ley de Hooke para resortes:

$$F = K\delta$$

Energía potencial elástica de un resorte:

$$U_p^{resorte} = \int_0^\delta F d\delta' = \frac{1}{2}K\delta^2$$

donde $\delta = x_1 - x_0$

2 Recipientes a presión (tensión biaxial)

1. ¿Cuál es la máxima presión interna admisible en una tubería de acero utilizada para conducción de agua, si el esfuerzo de tracción admisible es 1120 Kg/cm^2 ?. Los diámetros interior y exterior del tubo son 5.25 cm y 6 cm .

Solución: $p = 160 \text{ Kg/cm}^2$

2. Calcule el mayor diámetro de seguridad de un depósito esférico a presión construido con chapa delgada de magnesio de 0.254 cm de espesor, si el esfuerzo de tracción admisible es 875 Kg/cm^2 y la presión interna $p = 1.5 \text{ Kg/cm}^2$.

Solución: $d = 593 \text{ cm}$

3. Un depósito troncocónico que tiene las dimensiones indicadas en la figura 3 está lleno de agua. Calcule las tensiones de membrana para el elemento A que se muestra en la figura 3. Datos: $e = 0.03 \text{ cm}$, $\rho_{\text{agua}} = 1000 \text{ Kg/m}^3$.

Solución: $\sigma_1 = 107 \text{ Kg/cm}^2$, $\sigma_2 = 536 \text{ Kg/cm}^2$.⁴

4. Un depósito cilíndrico de espesor $e = 0.03 \text{ cm}$ tiene un fondo hemiesférico como representa la figura 4, y está suspendido por su borde superior y lleno de agua. Calcule las tensiones de membrana σ_1 y σ_2 para un elemento de pared en A .

Solución: $\sigma_1 = 396 \text{ Kg/cm}^2$, $\sigma_2 = 378 \text{ Kg/cm}^2$.

5. Un casco hemiesférico de espesor uniforme e y radio R está soportado por un piso horizontal liso como indica la figura 5 y sometido a la acción de su propio peso de intensidad q por unidad de superficie. Calcule las tensiones de membrana σ_1 y σ_2 correspondientes a un elemento en A .

Solución:

$$\sigma_1 = -\frac{qR}{e} \frac{1}{1 + \cos(\phi)}, \quad \sigma_2 = \frac{qR}{e} \left(\frac{1}{1 + \cos(\phi)} - \cos(\phi) \right),$$

⁴Para este problema, le puede ser de ayuda deducir las siguientes expresiones:

$$V_{tc} = \pi (R^2 + r^2 + R \cdot r) \frac{h}{3}, \quad r_c = \left[h \left(\frac{R}{R-r} \right) - z \right] \frac{\tan(a)}{\cos(a)}, \quad r' = r_c \cos(a)$$

$$V_z = z \cdot \pi r'^2, \quad V_{h-z} = \pi (r'^2 + r^2 + r' \cdot r) \frac{h-z}{3}.$$

referidas a las figuras 6 y 7.

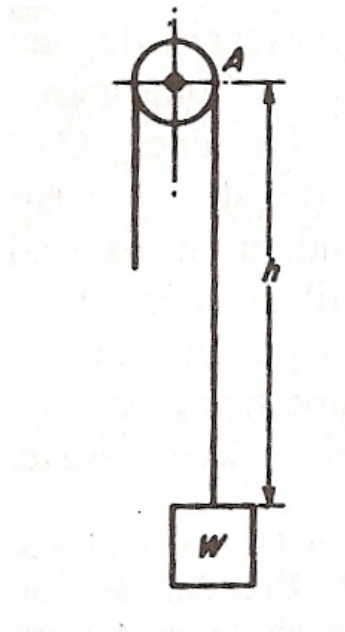


Figure 2: ejercicio 1.4 y 1.5

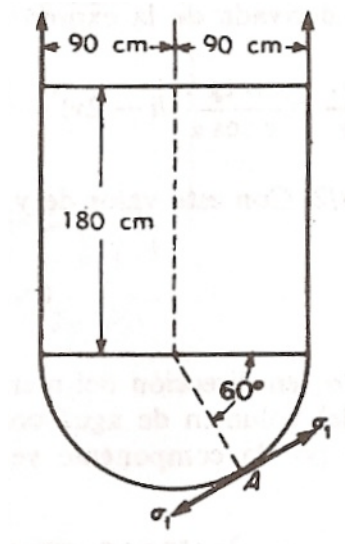


Figure 3: ejercicio 2.4

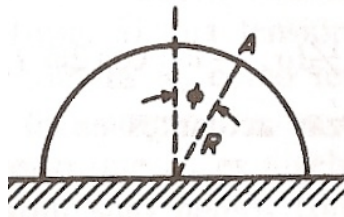


Figure 4: ejercicio 2.5

3 Ley de Hooke generalizada y dilatación

1. Un bloque rectangular de cobre tiene las siguientes dimensiones, $a = 200mm$, $b = 120mm$, $c = 100mm$ y está sometido a una carga triaxial en equilibrio con las siguientes magnitudes: $P_x = -4.8MPa$, $P_y = 2.4MPa$, $P_z = 2MPa$. Suponiendo que las fuerzas están uniformemente distribuidas sobre las caras respectivas, determine los cambios de tamaño que tienen lugar a lo largo de a , b y c . Datos: $E = 140GPa$, $\nu = 0.35$.
2. Resuelva el problema anterior si las presiones aplicadas son $P_x = 2.4MPa$, $P_y = -1.2MPa$, $P_z = -2MPa$. ¿Cuál ha de ser la magnitud de P_x que causaría la misma deformación a lo largo de a que las otras tres fuerzas?.
3. Calcule la dilatación (cambio de volumen por unidad de volumen) que sufre una esfera hueca de radio R mucho mayor que su espesor e , con módulo elástico E y coeficiente de poisson ν , que está sometida a una presión hidrostática P .
4. Calcule la dilatación para un cuerpo elástico con módulo elástico E y coeficiente de poisson ν que está sometido a una presión hidrostática de intensidad uniforme p .

Solución:

$$e = -\frac{3(1 - 2\nu)}{E}p,$$

5. Un cubo de magnesio de $100mm$ de lado se sumerge en el océano a una profundidad tal que la longitud de cada lado se acorta en $0.018mm$. Si $E = 45GPa$ y $\nu = 0.35$, calcule a) la profundidad h de inmersión y b) el incremento porcentual en la densidad del magnesio.

Solución: $h = 2700m$, $Aumento = 0.05403\%$

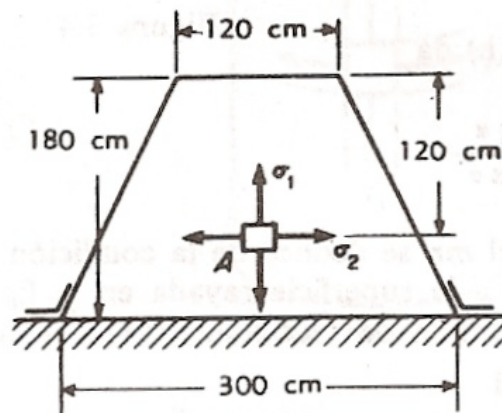


Figure 5: ejercicio 2.3

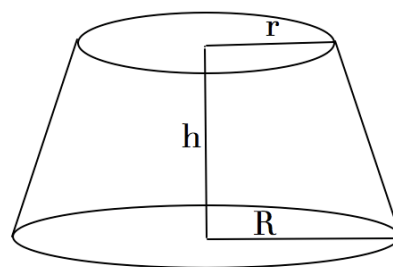


Figure 6: ejercicio 1.5

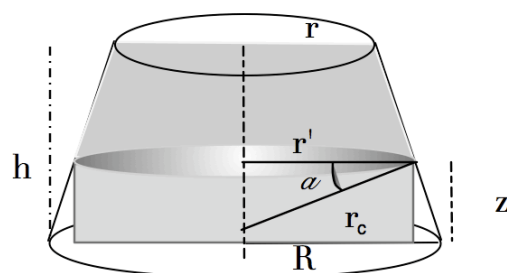


Figure 7: ejercicio 1.5