

6.1 INTRODUCCIÓN

Muchos materiales, cuando prestan servicio, están sometidos a fuerzas o cargas; ejemplos de ello son las aleaciones de aluminio con las cuales se construyen las alas de los aviones y el acero de los ejes de los automóviles. En tales situaciones es necesario conocer las características del material y diseñar la pieza de tal manera que cualquier deformación resultante no sea excesiva y no se produzca la rotura. El comportamiento mecánico de un material refleja la relación entre la fuerza aplicada y la respuesta del material (o sea, su deformación). Algunas de las propiedades mecánicas más importantes son la resistencia, la dureza, la ductilidad y la rigidez.

Las propiedades mecánicas de los materiales se determinan realizando ensayos cuidadosos de laboratorio que reproducen las condiciones de servicio hasta donde sea posible. Los factores que deben considerarse son la naturaleza de la carga aplicada, su duración, así como las condiciones del medio. La carga puede ser una tracción, una compresión o una cizalladura, y su magnitud puede ser constante con el tiempo o bien fluctuar continuamente. El tiempo de aplicación puede ser de sólo una fracción de segundo o durar un período de varios años. La temperatura de servicio puede ser un factor importante.

El papel del ingeniero de estructuras es determinar las tensiones (también denominados esfuerzos) y las distribuciones de tensiones en los componentes que están sujetos a cargas bien definidas. Esto puede lograrse mediante técnicas experimentales y/o mediante análisis de tensiones por medios matemáticos teóricos. Estos temas se tratan en los libros de texto tradicionales dedicados al análisis de tensiones y a la resistencia de materiales.

Los ingenieros de materiales y los metalúrgicos, por otro lado, dirigen sus esfuerzos a producir y conformar materiales que puedan soportar las condiciones de servicio predichas por el análisis de tensiones. Esto necesariamente implica un conocimiento de la relación entre la microestructura (es decir, los detalles internos) de los materiales y sus propiedades mecánicas.

Los materiales elegidos para aplicaciones estructurales tienen combinaciones deseables de características mecánicas. El capítulo presente se concentra principalmente en el comportamiento mecánico de los metales; los polímeros y las cerámicas son tratados aparte porque son mecánicamente bastante diferentes de los metales. En este capítulo se analiza el comportamiento esfuerzo-deformación de los metales y las principales propiedades mecánicas relacionadas, y se examinan otras características mecánicas que son importantes. Los estudios que tratan la relación entre los aspectos microscópicos de los mecanismos de deformación y los métodos para aumentar la resistencia y controlar el comportamiento mecánico de los metales se difieren a capítulos posteriores.

6.2 CONCEPTOS DE ESFUERZO Y DEFORMACIÓN

Si una carga es estática o bien cambia de forma relativamente lenta con el tiempo y es aplicada uniformemente sobre una sección o superficie de una pieza, el comportamiento mecánico puede ser estimado mediante un simple ensayo esfuerzo-deformación. Con metales, este ensayo se realiza normalmente a temperatura ambiente. Existen tres principales maneras de aplicar la carga, a saber: tracción, compresión y cizalladura (Figuras 6.1 *a, b, c*). En las aplicaciones de ingeniería, muchas cargas son torsionales más que de cizalladura pura; este tipo de carga se ilustra en la figura 6.1*d*

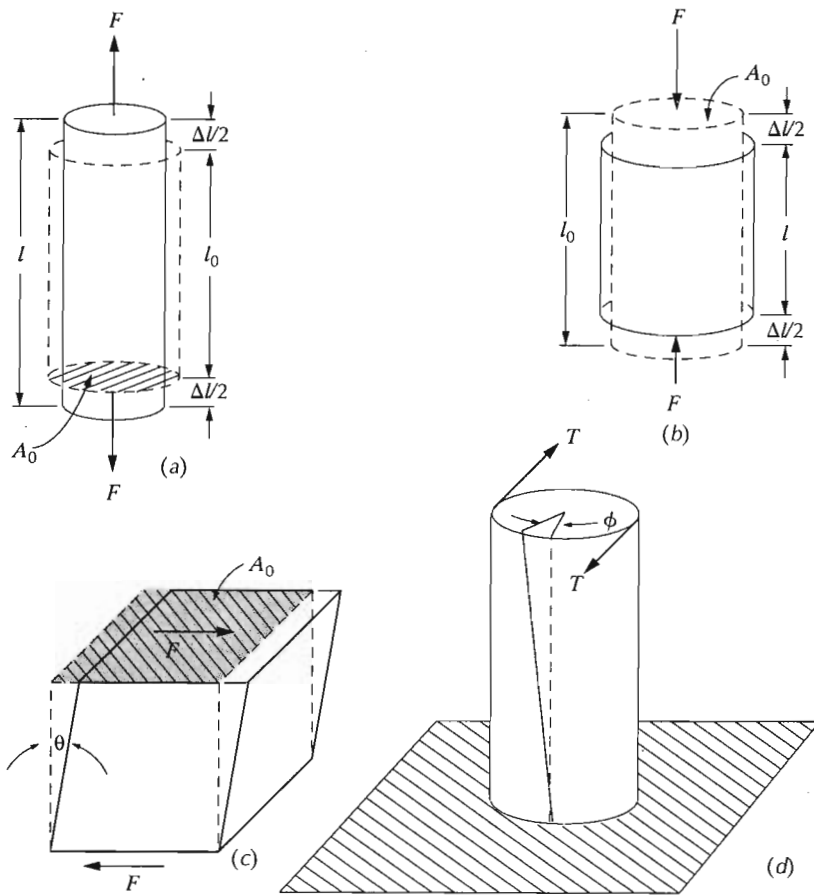


Figura 6.1 (a) Ilustración esquemática de cómo una carga de tracción produce un alargamiento y una deformación lineal positiva. Las líneas discontinuas representan la forma antes de la deformación; las líneas sólidas, después de la deformación. (b) Ilustración esquemática de cómo una carga de compresión produce una contracción y una deformación lineal negativa. (c) Representación esquemática de la deformación de cizalladura, γ , donde $\gamma = \tan \theta$. (d) Representación esquemática de una deformación torsional (o sea, ángulo de giro ϕ) producido por un par aplicado T .

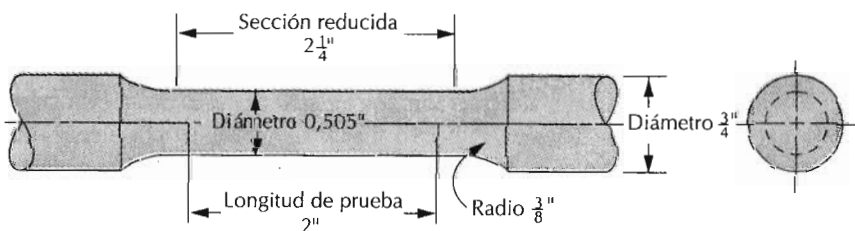
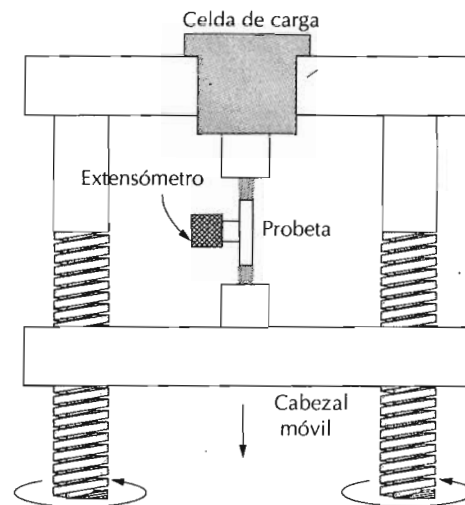


Figura 6.2 Probeta de tracción normalizada con sección recta circular.

6.2.1 Ensayos de tracción

Uno de los ensayos mecánicos esfuerzo-deformación más comunes es el realizado a *tracción*. Tal como se expondrá más adelante, el ensayo de tracción puede ser utilizado para determinar varias propiedades de los materiales que son importantes para el diseño. Normalmente se deforma una probeta hasta la rotura, con una carga de tracción que aumenta gradualmente y que es aplicada uniaxialmente a lo largo del eje de la probeta. En la Figura 6.2, se muestra una probeta de tracción normalizada. Generalmente la sección

Figura 6.3 Esquema del aparato utilizado para realizar ensayos de tracción. La probeta es alargada por el cabezal móvil; la celda de carga y el extensómetro miden, respectivamente, la carga aplicada y el alargamiento. (Adaptado de H. W. Hayden, W. G. Moffatt, y J. Wulff, *The Structure and Properties of Materials*, Vol III, *Mechanical Behavior*, p.2. Copyright © 1965 John Wiley & Sons, New York. Reproducido con permiso de John Wiley & Sons Inc.)



de la probeta es circular, pero también se utilizan probetas de sección rectangular. Durante el ensayo, la deformación está confinada en la región más estrecha del centro, la cual tiene una sección uniforme a lo largo de su longitud. El diámetro normalizado es aproximadamente igual a 12,8 mm (0,5 pulg.), mientras que la longitud de la sección reducida debe ser igual a por lo menos cuatro veces su diámetro, siendo usual 60 mm. La longitud de prueba se utiliza en el cálculo de la ductilidad, tal como se discute en la Sección 6.6; el valor normalizado es 50 mm (2,0 pulg.). La probeta se monta con sus extremos en las mordazas de la máquina de ensayos (Figura 6.3). Esta se diseña para alargar la probeta a una velocidad constante, y para medir continua y simultáneamente la carga instantánea aplicada (con una celda de carga) y el alargamiento resultante (utilizando un extensómetro). El ensayo dura varios minutos y es destructivo, o sea, la probeta del ensayo es deformada de forma permanente y a menudo rota.

El resultado del ensayo de tracción se registra en una banda de papel como carga en función del alargamiento. Estas características de carga-deformación dependen del tamaño de la probeta. Por ejemplo, se requerirá el doble de carga para producir el mismo alargamiento si el área de la sección de la probeta se duplica. Para minimizar estos factores geométricos, la carga y el alargamiento son normalizados para obtener los parámetros **tensión nominal** y **deformación nominal**, respectivamente. La tensión nominal σ se define mediante la relación

$$\sigma = \frac{F}{A_0} \quad (6.1)$$

en donde F es la carga instantánea aplicada perpendicularmente a la sección de la probeta, en unidades de newtons (N) o libras fuerza (lb_f), y A_0 es el área de la sección original antes de aplicar la carga (m² o pulg²). Las unidades de tensión nominal (de aquí en adelante denominada simplemente tensión) son

libras fuerza por pulgada cuadrada, psi (unidades del sistema U.S.) o bien megapascuales, MPa (SI); $1 \text{ MPa} = 10^6 \text{ N/m}^2$.¹

La deformación nominal se define como

$$\epsilon = \frac{l_i - l_0}{l_0} = \frac{\Delta l}{l_0} \quad (6.2)$$

en donde l_0 es la longitud original antes de aplicar la carga, y l_i es la longitud instantánea. Algunas veces la cantidad $l_i - l_0$ se indica simplemente mediante Δl , y es el alargamiento producido por deformación, o cambio en longitud en un instante determinado, con respecto a la longitud inicial. La deformación nominal (a partir de ahora llamada simplemente deformación) no tiene unidades, aunque a menudo se utiliza pulgadas por pulgada o bien metros por metro; el valor de la deformación obviamente es independiente del sistema de unidades. A veces, la deformación se expresa como porcentaje, esto es, el valor de la deformación multiplicado por 100.

6.2.2 Ensayos de compresión

Los ensayos de compresión-deformación se realizan si las fuerzas que operan en servicio son de este tipo. Un ensayo de compresión se realiza de forma similar a un ensayo de tracción, excepto que la fuerza es compresiva y la probeta se contrae a lo largo de la dirección de la fuerza. Las Ecuaciones 6.1 y 6.2 se utilizan para calcular el esfuerzo de compresión y la deformación, respectivamente. Por convención, una fuerza de compresión se considera negativa y, por tanto, produce un esfuerzo negativo. Además, puesto que l_0 es mayor que l_i , las deformaciones de compresión calculadas a partir de la Ecuación 6.2 son también necesariamente negativas. Los ensayos de tracción son mucho más comunes porque son más fáciles de realizar; por otra parte, para la mayoría de los materiales utilizados en aplicaciones estructurales, se obtiene muy poca información adicional a partir del ensayo de compresión. Los ensayos de compresión se utilizan cuando se desea conocer el comportamiento del material bajo deformaciones permanentes grandes (o sea, plásticas), tal como ocurren en los procesos de conformación, o bien cuando tiene un comportamiento frágil a tracción.

6.2.3 Ensayos de cizalladura y de torsión

En los ensayos en que se utiliza simplemente una fuerza de cizalladura tal como se muestra en la Figura 6.1c, la tensión de cizalladura τ se calcula de acuerdo con

$$\tau = \frac{F}{A_0} \quad (6.3)$$

donde F es la carga o fuerza impuesta paralelamente a las caras superior e inferior, cada una de las cuales tiene un área A_0 . La deformación de cizalladura γ se define como la tangente del ángulo de deformación θ , tal como se indica en la figura. Las unidades de tensión y deformación de cizalladura son las mismas que las correspondientes de tracción.

¹ La conversión de unidades de tensión de un sistema a otro se consigue mediante la relación $145 \text{ psi} = 1 \text{ MPa}$.

La torsión es una variación de la cizalladura pura, mediante la cual un miembro estructural es deformado de la forma mostrada en la Figura 6.1d; las fuerzas de torsión producen un movimiento rotacional alrededor del eje longitudinal de un extremo del miembro respecto al otro extremo. Ejemplos de torsión se encuentran en el caso de ejes de máquinas y ejes impulsores, y también en brocas. Los ensayos de torsión generalmente se realizan sobre cilindros sólidos, o bien sobre tubos. La tensión de cizalladura τ es una función del par aplicado T , mientras que la deformación de cizalladura γ está relacionada con el ángulo de giro, ϕ de la Figura 6.1d.

DEFORMACIÓN ELÁSTICA

6.3 COMPORTAMIENTO BAJO CARGAS UNIAXIALES

El grado con que una estructura se deforma depende de la magnitud de la tensión impuesta. Para muchos metales sometidos a esfuerzos de tracción pequeños, la tensión y la deformación son proporcionales según la relación,

$$\sigma = E\epsilon \quad (6.4)$$

Esta relación se conoce con el nombre de ley de Hooke, y la constante de proporcionalidad, E (MPa, o bien, psi) es el **módulo de elasticidad**, o *módulo de Young*. Para la mayoría de los metales más comunes la magnitud de este módulo está comprendida entre $4,5 \times 10^4$ MPa ($6,5 \times 10^6$ psi) para el magnesio, y $40,7 \times 10^4$ MPa (59×10^6 psi), para el tungsteno. En la Tabla 6.1 se dan los módulos de elasticidad para varios metales a temperatura ambiente.

Cuando se cumple que la deformación es proporcional a la tensión, la deformación se denomina **deformación elástica**; al representar la tensión en el eje de ordenadas en función de la deformación en el eje de abscisas se obtiene una relación lineal, tal como se muestra en la Figura 6.4. La pendiente de este segmento lineal corresponde al módulo de elasticidad E . Este módulo puede ser interpretado como la rigidez, o sea, la resistencia de un material

Tabla 6.1 Módulos de elasticidad y de cizalladura a temperatura ambiente y coeficiente de Poisson para varios metales y aleaciones

Metal o aleación	Módulo de elasticidad		Módulo de cizalladura		Coeficiente de Poisson
	psi $\times 10^6$	MPa $\times 10^4$	psi $\times 10^6$	MPa $\times 10^4$	
Aluminio	10,0	6,9	3,8	2,6	0,33
Latón	14,6	10,1	5,4	3,7	0,35
Cobre	16,0	11,0	6,7	4,6	0,35
Magnesio	6,5	4,5	2,5	1,7	0,29
Níquel	30,0	20,7	11,0	7,6	0,31
Acero	30,0	20,7	12,0	8,3	0,27
Titanio	15,5	10,7	6,5	4,5	0,36
Tungsteno	59,0	40,7	23,2	16,0	0,28

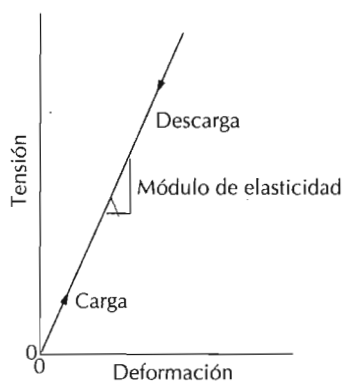


Figura 6.4 Diagrama esquemático tensión-deformación con deformación elástica lineal para ciclos de carga-descarga.

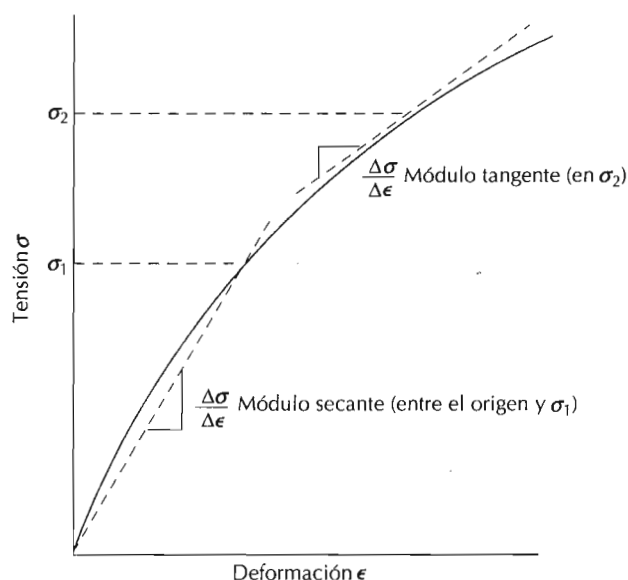


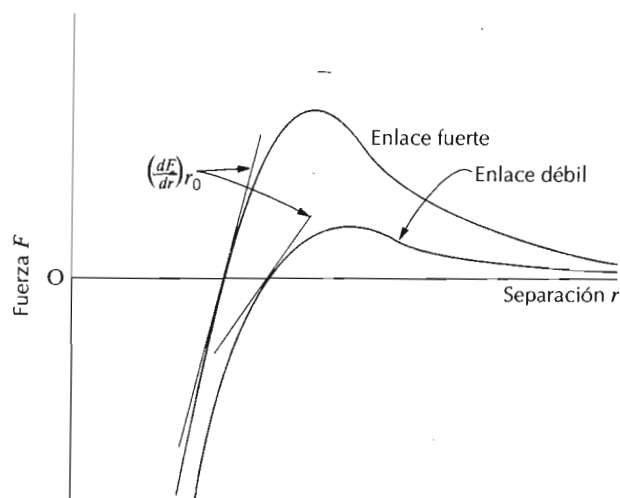
Figura 6.5 Diagrama esquemático tensión-deformación mostrando comportamiento elástico no lineal, y cómo se determinan los módulos secante y tangente.

a la deformación elástica. Cuanto mayor es el módulo, más rígido es el material, o sea, menor es la deformación elástica que se origina cuando se aplica una determinada tensión. El módulo es un parámetro de diseño importante utilizado en el cálculo de las deformaciones.

La deformación elástica no es permanente, lo cual significa que cuando se retira la fuerza, la pieza vuelve a su forma original. Tal como se muestra en el diagrama tensión-deformación (Figura 6.4), la aplicación de la carga corresponde al movimiento desde el origen a lo largo de la línea recta. Al retirar la carga, la línea es recorrida en la dirección opuesta volviendo al origen.

Existen algunos materiales (p.ej., fundición gris y hormigón) para los cuales esta porción elástica inicial del diagrama tensión-deformación no es lineal (Figura 6.5); por tanto, no es posible determinar un módulo de elasti-

Figura 6.6 Fuerza frente a la separación interatómica para átomos unidos débilmente y para átomos unidos fuertemente. La magnitud del módulo de elasticidad es proporcional a la pendiente de cada curva en la separación de equilibrio r_0 .



cidad tal como ha sido descrito anteriormente. Cuando se produce este tipo de comportamiento no lineal, se utiliza el *módulo tangente* o bien el *módulo secante*. El módulo tangente se toma como la pendiente de la curva tensión-deformación a algún determinado nivel de la tensión, mientras que el módulo secante representa la pendiente de una secante trazada desde el origen hasta algún punto determinado de la curva σ - ϵ . La determinación de estos módulos se ilustra en la Figura 6.5.

A escala atómica, la deformación elástica macroscópica se manifiesta como pequeños cambios en el espaciado interatómico y los enlaces interatómicos son estirados. Por consiguiente, la magnitud del módulo de elasticidad es una medida de la resistencia a la separación de los átomos contiguos, es decir, de las fuerzas de enlace interatómicas. Además, este módulo es proporcional a la pendiente de la curva fuerza-separación interatómica (Fig. 2.8a) calculada en la separación de equilibrio:

$$E \propto \left(\frac{dF}{dr} \right)_{r_0} \quad (6.5)$$

La Figura 6.6 muestra las curvas fuerza-separación tanto para materiales que tienen enlaces fuertes como para materiales con enlaces débiles; la pendiente en r_0 se indica en cada caso.

Los valores del módulo de elasticidad de las cerámicas en general son mayores que los valores de los metales; para los polímeros son menores. Estas diferencias son una consecuencia directa de los distintos tipos de enlace atómico en estos tres tipos de materiales. Además, al aumentar la temperatura el módulo de elasticidad disminuye tal como se muestra para varios metales en la Figura 6.7.

Tal como es de esperar, la imposición de esfuerzos de compresión, cizalladura o torsionales, también produce deformación elástica. Las características tensión-deformación para valores pequeños de la tensión son virtualmente iguales para tracción y compresión, incluyendo el módulo de

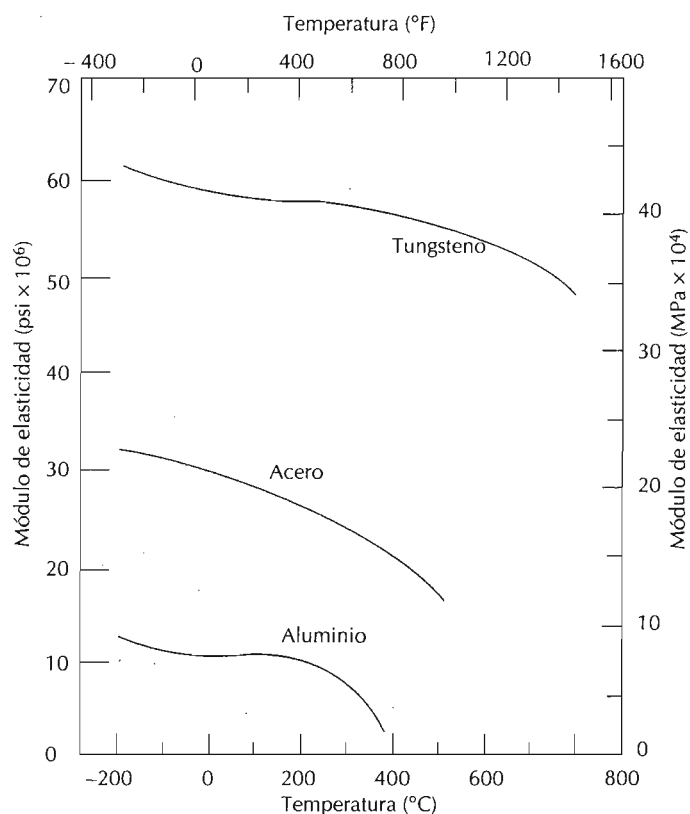


Figura 6.7 Representación del módulo de elasticidad frente a la temperatura para el tungsteno, acero y aluminio. (Adaptado a partir de K. M. Ralls, T. H. Courtney, y J. Wulff, *Introduction to Materials Science and Engineering*. Copyright © 1976 John Wiley & Sons, New York. Reproducido con permiso de John Wiley & Sons, Inc.)

elasticidad. La tensión y la deformación de cizalladura son proporcionales entre sí según la expresión

$$\tau = G\gamma \quad (6.6)$$

donde G es el *módulo de cizalladura*, o sea, la pendiente de la región elástica de la curva tensión-deformación de cizalladura. La Tabla 6.1 proporciona los valores del módulo de cizalladura para algunos de los metales más comunes.

6.4 ANELASTICIDAD

Hasta ahora se ha supuesto que la deformación elástica era independiente del tiempo, o sea: una tensión aplicada producía una deformación elástica instantánea que permanecía constante durante el tiempo que se mantenía aplicada la carga. También se ha supuesto que al retirar la carga, la deformación se recuperaba totalmente, o sea: la deformación volvía a cero de forma instantánea. En muchos materiales de ingeniería, sin embargo, existe una componente de la deformación elástica que depende del tiempo; es decir, la deformación elástica continúa aumentando después de aplicar la carga, y al retirar la carga se requiere que transcurra algún tiempo para que el material

se recupere completamente. Este comportamiento elástico dependiente del tiempo se denomina **anelasticidad**, y es causado por la dependencia del tiempo de los mecanismos microscópicos que tienen lugar cuando el material se deforma. En los metales, la componente anelástica es normalmente pequeña y, a menudo, despreciable. Sin embargo, en algunos materiales polímeros su magnitud es importante; en este caso se denomina comportamiento viscoelástico, y su análisis es el tema de la Sección 16.6.

PROBLEMA RESUELTO 6.1

Una pieza de cobre originalmente de longitud 305 mm (12 pulgadas) es estirada a tracción con una tensión de 276 MPa (40000 psi). Si la deformación es únicamente elástica, ¿cuál será el alargamiento resultante?

SOLUCIÓN

Puesto que la deformación es elástica, la deformación depende de la tensión según la Ecuación 6.4. Además, el alargamiento Δl está relacionado con la longitud original l_0 a través de la Ecuación 6.2. Combinando estas dos expresiones y despejando Δl tenemos

$$\sigma = \epsilon E = \left(\frac{\Delta l}{l_0} \right) E$$

$$\Delta l = \frac{\sigma l_0}{E}$$

Los valores de σ y de l_0 son 276 MPa y 305 mm, respectivamente, y la magnitud de E para el cobre de la Tabla 6.1 es $11,0 \times 10^4$ MPa. El alargamiento se obtiene por substitución en la expresión anterior.

$$\Delta l = \frac{(276 \text{ MPa}) (305 \text{ mm})}{11,0 \times 10^4 \text{ MPa}} (0,76 \text{ mm})$$

6.5 PROPIEDADES ELÁSTICAS DE LOS MATERIALES

Cuando sobre un metal se aplica una tracción, se produce un alargamiento elástico y una deformación ϵ_z en la dirección de la carga aplicada (la cual se tomará arbitrariamente como la dirección z), tal como se indica en la Figura 6.8. Como resultado de este alargamiento, se producirán constricciones en las direcciones laterales (x e y) perpendiculares a la dirección de la aplicación de la tensión. A partir de estas contracciones, se pueden determinar las deformaciones de compresión ϵ_x y ϵ_y . Se define un parámetro denominado **coeficiente de Poisson** como el cociente entre las deformaciones laterales y axiales, o sea,

$$\nu = \frac{\epsilon_x}{\epsilon_z} = \frac{\epsilon_y}{\epsilon_z} \quad (6.7)$$

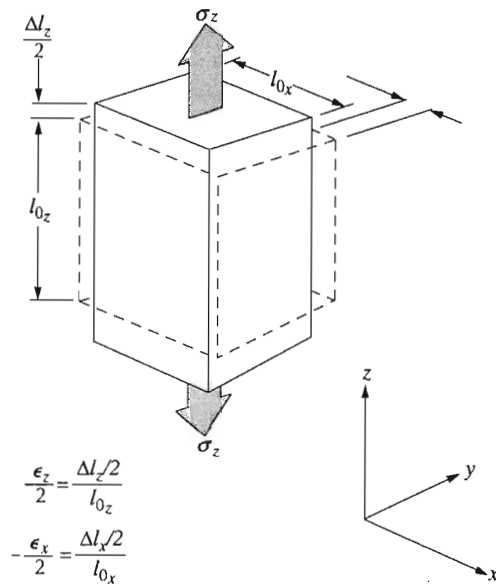


Figura 6.8 Alargamiento axial (z) (deformación positiva) y contracciones laterales (x e y) en respuesta a una tracción aplicada. Las líneas continuas representan las dimensiones después de aplicación de la carga; las líneas discontinuas, antes.

El signo negativo se incluye en la expresión para que ν sea siempre positivo, puesto que ϵ_x y ϵ_y siempre son de signo opuesto. Teóricamente el coeficiente de Poisson para sólidos isotrópicos debería ser $1/4$; además, el máximo valor de ν (o bien el valor para el cual no hay cambio neto de volumen) es $0,50$. Muchos metales y aleaciones tienen valores del coeficiente de Poisson comprendido entre $0,25$ y $0,35$. La Tabla 6.1 muestra valores de ν para los materiales metálicos más comunes.

El módulo de cizalladura y el módulo elástico están relacionados entre sí y con el módulo de Poisson mediante la relación,

$$E = 2G(1 + \nu) \quad (6.8)$$

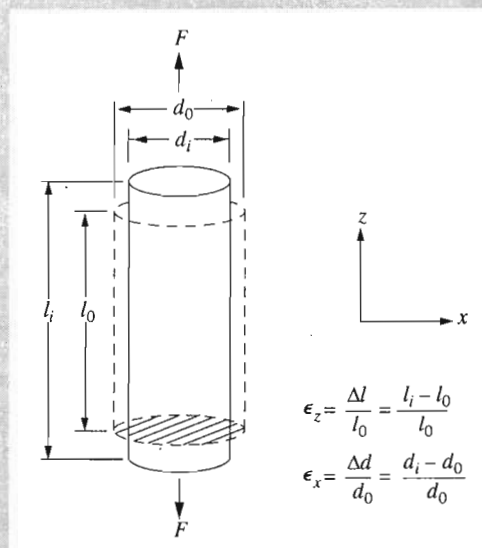
En muchos metales G tiene un valor igual a $0,4 E$; por consiguiente, cuando un módulo es conocido los otros pueden ser calculados de forma aproximada.

Muchos materiales son anisotrópicos desde el punto de vista elástico; es decir, el comportamiento elástico (o sea, la magnitud de E) varía según la dirección cristalográfica (véase Tabla 3.3). En estos materiales las propiedades elásticas están completamente caracterizadas sólo mediante la especificación de varias constantes elásticas, y su número depende de las características de la estructura cristalina. Aun en el caso de materiales isotrópicos, para la caracterización completa de las propiedades elásticas, por lo menos deben conocerse dos constantes. Puesto que la orientación de los granos en un policristal es al azar, éste puede ser considerado isotrópico; los vidrios inorgánicos cerámicos también son isotrópicos. El resto de la discusión de las propiedades mecánicas presupone isotropía y policristalinidad puesto que así son la mayoría de los materiales de ingeniería.

Se aplica una tracción en la dirección del eje mayor de una barra cilíndrica de latón que tiene un diámetro de 10 mm (0,4 pulgadas). Determinar la magnitud de la carga necesaria para producir un cambio en el diámetro de $2,5 \times 10^{-3}$ mm (10^{-4} pulgadas) si la deformación es completamente elástica.

SOLUCIÓN

Esta situación de deformación se presenta en el esquema adjunto.



Cuando se aplica la fuerza F , la probeta se alargará en la dirección z y al mismo tiempo experimentará una reducción de diámetro, Δd , de $2,5 \times 10^{-3}$ mm en la dirección x . Para la deformación en la dirección x tenemos,

$$\epsilon_x = \frac{\Delta d}{d_0} = \frac{-(2,5 \times 10^{-3})}{10 \text{ mm}} = -2,5 \times 10^{-4}$$

que es negativa, puesto que el diámetro es reducido.

Ahora es necesario calcular la deformación en la dirección z usando la Ecuación 6.7. El valor del coeficiente de Poisson del latón es 0,35 (Tabla 6.1), por consiguiente,

$$\epsilon_z = \frac{\epsilon_x}{\nu} = \frac{(-2,5 \times 10^{-4})}{0,35} = 7,14 \times 10^{-4}$$

La tensión aplicada puede ser calculada ahora utilizando la Ecuación 6.4 y el módulo de elasticidad, dado en la Tabla 6.1 y que es $10,1 \times 10^4$ MPa ($14,6 \times 10^6$ psi), como

$$\sigma = \epsilon_z E = (7,14 \times 10^{-4}) (10,1 \times 10^4 \text{ MPa}) = 72,1 \text{ MPa}$$

Finalmente, a partir de la Ecuación 6.1, se puede determinar la fuerza aplicada mediante,

$$F = \sigma A_0 = \sigma \left(\frac{d_0}{2} \right)^2 \pi$$

$$= (72,1 \text{ MPa}) \left(\frac{10 \text{ mm}}{2} \right)^2 \pi = 5662,7 \text{ N}$$

Para la mayoría de los materiales metálicos, la deformación elástica únicamente persiste hasta deformaciones de alrededor de 0,005. A medida que el material se deforma más allá de este punto, la tensión deja de ser proporcional a la deformación (la ley de Hooke, Ecuación 6.4, ~~de~~ de ser válida) y ocurre **deformación plástica**, la cual es permanente, es decir, no recuperable. En la Figura 6.9a se traza esquemáticamente el comportamiento tensión-deformación en la región plástica para un metal típico. La transición elasto-plástica es gradual en la mayoría de los metales; se empieza a notar cierta curvatura al comienzo de la deformación plástica, la cual aumenta más rápidamente al aumentar la carga.

Desde un punto de vista atómico, la deformación plástica corresponde a la rotura de los enlaces entre los átomos vecinos más próximos y a la reformación de éstos con nuevos vecinos, ya que un gran número de átomos o moléculas se mueven unos respecto a otros; al eliminar la tensión no vuelven a sus posiciones originales. El mecanismo de esta deformación es diferente para materiales cristalinos y amorfos. En los materiales cristalinos, la deformación tiene lugar mediante un proceso denominado deslizamiento, en el cual está involucrado el movimiento de dislocaciones y será discutido en la Sección 7.2. La deformación plástica en los sólidos no cristalinos (así como en los líquidos) ocurre por un mecanismo de flujo viscoso, el cual es esbozado en la Sección 13.9.

6.6 PROPIEDADES DE TRACCIÓN

6.6.1 Fluencia y límite elástico

La mayoría de las estructuras se diseñan de tal manera que solamente ocurra deformación elástica cuando sean sometidas a tensiones. Por consiguiente, es deseable conocer el nivel de tensiones para el cual empieza la deformación plástica, o sea, cuando ocurre el fenómeno de **fluencia**. Para los metales que experimentan la transición elastoplástica de forma gradual, el punto de fluencia puede determinarse como la desviación inicial de la linealidad de la curva tensión-deformación; este punto se denomina a menudo **límite proporcional**, y está indicado por P en la Figura 6.9a. En tales casos, la posición de este punto no puede ser determinada con precisión. Por este motivo se ha establecido una convención por la cual se traza una línea recta paralela a la línea elástica del diagrama de la tensión-deformación desplazada por una determinada deformación, usualmente 0,002. La tensión correspondiente a la intersección de esta línea con el diagrama tensión-deformación cuando éste se curva se denomina **límite elástico**, σ_y ¹. Esto se muestra en la Figura 6.9a.

Para aquellos materiales que tienen una región elástica no lineal (Figura 6.5), la utilización del método anterior no es posible, y la práctica usual es definir el límite elástico como la tensión necesaria para producir una determinada deformación plástica (p. ej. $\epsilon = 0,005$).

¹ Se utiliza la palabra "límite elástico" para la propiedad del metal que en inglés se denomina "yield strength"

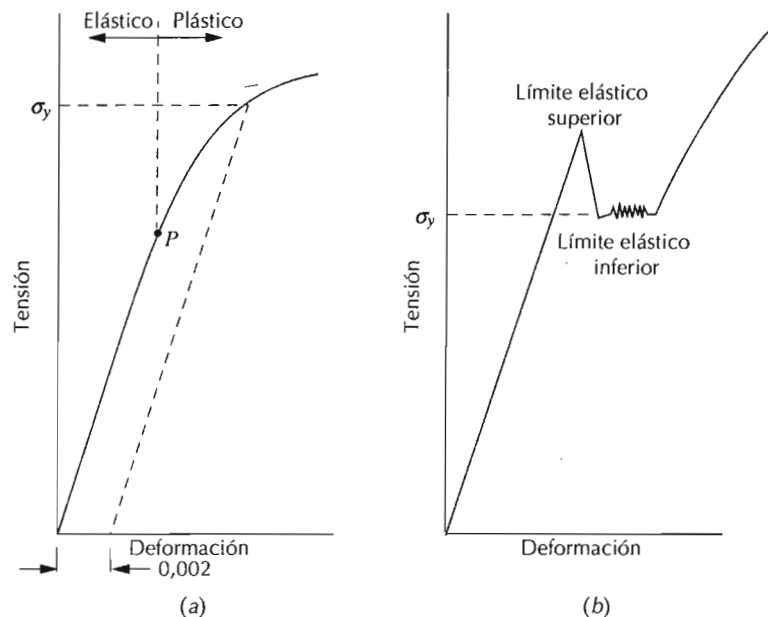


Figura 6.9 (a) Curva de tracción típica de un metal que muestra las deformaciones elástica y plástica, el límite proporcional P y el límite elástico σ_y determinado como la tensión para una deformación plástica del 0,002. (b) Curva de tracción típica de algunos aceros que presentan el fenómeno de la discontinuidad de la fluencia.

Algunos aceros y otros materiales exhiben el tipo de diagrama tensión-deformación mostrado en la Figura 6.9b. La transición elastoplástica está muy bien definida y ocurre de forma abrupta y se denomina *fenómeno de discontinuidad del punto de fluencia*. En el límite de fluencia superior, la deformación plástica se inicia con una disminución de la tensión. La deformación prosigue bajo una tensión que fluctúa ligeramente alrededor de un valor constante, denominado punto de fluencia inferior. En los metales en que ocurre este fenómeno, el límite elástico se toma como el promedio de la tensión asociada con el límite de fluencia inferior, ya que está bien definido y es poco sensible al procedimiento seguido en el ensayo.¹ Por consiguiente, no es necesario utilizar el método del 0,2 % de deformación para estos materiales.

La magnitud del límite elástico de un metal es una medida de su resistencia a la deformación plástica. Los límites elásticos están comprendidos entre 35 MPa (5000 psi) para un aluminio de baja resistencia hasta valores superiores a 1400 MPa (200000 psi) para aceros de alta resistencia.

6.6.2 Resistencia a la tracción

Después de iniciarse la deformación plástica, la tensión necesaria para continuar la deformación en los metales aumenta hasta un máximo, punto M en la Figura 6.10, y después disminuye hasta que finalmente se produce la fractura, punto F . La **resistencia a la tracción** TS (MPa o psi) es la tensión en el máximo del diagrama tensión-deformación nominales (Figura 6.10). Esto correspon-

¹ Debe indicarse que para poder observar este fenómeno se debe utilizar una máquina de ensayos "rígida"; por "rígida" queremos decir que existe muy poca deformación elástica en la máquina durante la aplicación de la carga.

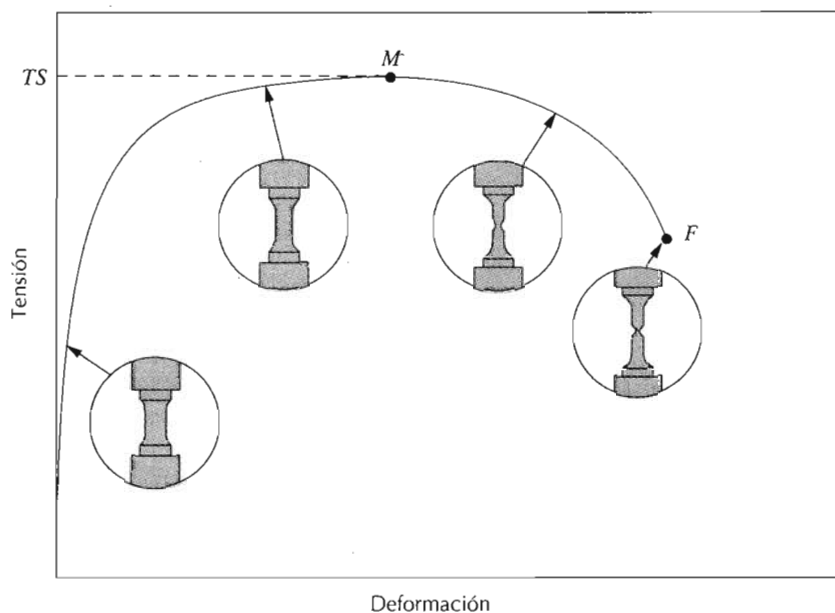


Figura 6.10 Curva típica de tracción hasta la fractura, punto *F*. La resistencia a la tracción *TS* está indicada en el punto *M*. Los insertos circulares representan la geometría de la probeta deformada en varios puntos de la curva.

de a la máxima tensión que puede ser soportada por una estructura a tracción; si esta tensión es aplicada y mantenida, se producirá la rotura. Hasta llegar a este punto, toda la deformación es uniforme en la región estrecha de la probeta. Sin embargo, cuando se alcanza la tensión máxima, se empieza a formar una disminución localizada en el área de la sección transversal en algún punto de la probeta, lo cual se denomina estricción o cuello, y toda la deformación subsiguiente está confinada en la estricción, tal como se indica esquemáticamente en la Figura 6.10. La fractura ocurre en la estricción. La tensión de fractura o bien de rotura corresponde a la tensión en la fractura.

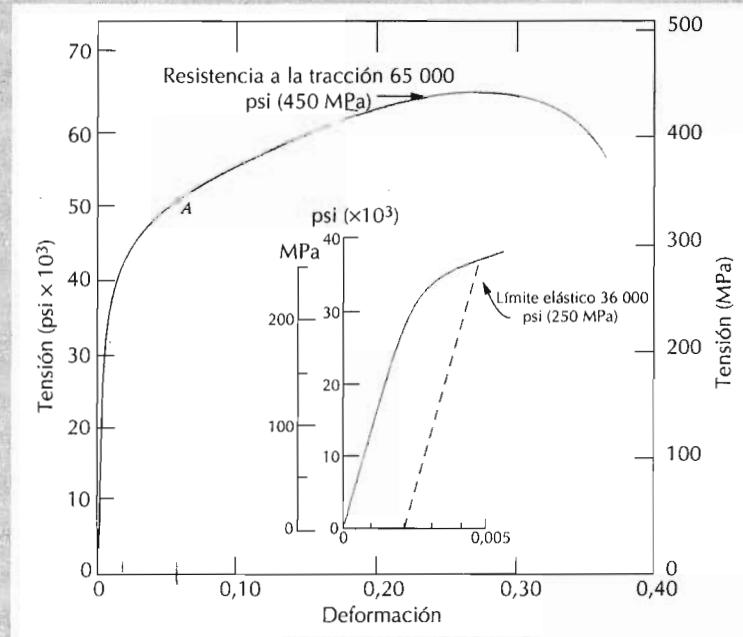
Las resistencias a la tracción pueden variar entre 50 MPa (7000 psi) para un aluminio hasta valores tan altos como 3000 MPa (450 000 psi) para aceros de alta resistencia. Generalmente cuando se menciona la resistencia de un metal para propósitos de diseño se indica el límite elástico. Esto se debe a que cuando se alcanza la resistencia a la tracción, la deformación plástica que habría sufrido el material sería tan grande que ya no sería útil. Además, la resistencia a la fractura no se indica usualmente en el diseño en ingeniería.

PROBLEMA RESUELTO 6.3

A partir de la curva tensión-deformación de la probeta de latón mostrada en la Figura 6.11, determinar lo siguiente:

- El módulo de elasticidad.
- El límite elástico para una deformación del 0,002.
- La carga máxima que puede soportar una probeta cilíndrica con un diámetro original de 12,8 mm (0,505 pulg.).
- El cambio en la longitud de una probeta originalmente de longitud 254 mm (10 pulgadas) la cual es sometida a una tracción de 345 MPa (50 000 psi).

Figura 6.11 Curva de tensión-deformación de la probeta de latón del Problema Resuelto 6.3



SOLUCIÓN

(a) El módulo de elasticidad es la pendiente de la porción inicial o elástica de la curva tensión-deformación. El eje de deformación ha sido ampliado en el recuadro insertado, Figura 6.11, para facilitar este cálculo. La pendiente de esta región lineal es el cambio en la tensión dividido por el cambio correspondiente en la deformación; en términos matemáticos,

$$E = \text{pendiente} = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\epsilon} = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\epsilon_2 - \epsilon_1} \quad (6.9)$$

Puesto que el segmento pasa por el origen, es conveniente tomar σ_1 y ϵ_1 como cero. Si σ_2 se toma arbitrariamente como 137,93 MPa (20 000 psi), entonces ϵ_2 tendrá un valor de 0,0014. Por tanto,

$$E = \frac{(137,93 - 0) \text{ MPa}}{0,0014 - 0} = 9,85 \times 10^4 \text{ MPa} (14,3 \times 10^6 \text{ psi})$$

el cual es muy próximo a $10,1 \times 10^4 \text{ MPa}$ ($14,6 \times 10^6 \text{ psi}$), valor dado para el latón en la Tabla 6.1.

(b) La línea correspondiente a una deformación del 0,002 se muestra en la figura insertada; su intersección con la curva tensión-deformación es igual a aproximadamente 250 MPa (36 000 psi), lo cual es el límite elástico del latón.

(c) La carga máxima que puede soportar la probeta se calcula mediante la Ecuación 6.1, en la cual σ se toma como la resistencia a la tracción, de la Figura 6.11, 450 MPa (65 000 psi). Despejando F , la carga máxima, se tiene,

$$\begin{aligned} F &= \sigma A_0 = \sigma \left(\frac{d_0}{2} \right)^2 \pi = (450 \text{ MPa}) \left(\frac{12,8}{2} \text{ mm} \right)^2 \pi \\ &= 5,77 \times 10^4 \text{ N} \end{aligned}$$

(d) Para calcular el cambio en longitud, Δl , usando la Ecuación 6.2, en primer lugar es necesario determinar la deformación producida por una tensión de 345 MPa. Esto se consigue localizando la tensión en la curva tensión-deformación, punto A, y leyendo la deformación correspondiente en el eje de tensiones; en este caso es aproximadamente 0,06. Ya que $l_0 = 254$ mm, tenemos

$$\Delta l = \epsilon l_0 = (0,06) (254 \text{ mm}) = 15,2 \text{ mm}$$

6.6.3 Ductilidad

La **ductilidad** es otra importante propiedad mecánica. Es una medida del grado de deformación plástica que puede ser soportada hasta la fractura. Un material que experimenta poca o ninguna deformación plástica se denomina *frágil*. El diagrama tensión-deformación para materiales dúctiles y para materiales frágiles se ilustran esquemáticamente en la Fig. 6.12.

La ductilidad puede expresarse cuantitativamente como *alargamiento relativo porcentual*, o bien mediante el *porcentaje de reducción de área*. El alargamiento relativo porcentual a rotura, %EL, es el porcentaje de deformación plástica a rotura, o bien

$$\%EL = \left(\frac{l_f - l_0}{l_0} \right) \times 100 \quad (6.10)$$

donde l_f es la longitud en el momento de la fractura¹ y l_0 es la longitud de prueba original como se ha mencionado antes. Siempre que una parte significativa de la deformación plástica a la rotura esté confinada en la región de la estricción, la magnitud de %EL dependerá de la longitud de prueba de la probeta. Cuanto más corta sea l_0 , mayor será la fracción del alargamiento total que proviene de la estricción, y, por consiguiente mayor será el valor de %EL. Por tanto, se debe especificar el valor de l_0 cuando se menciona el alargamiento relativo, el cual se suele tomar igual a 50 mm (2 pulgadas).

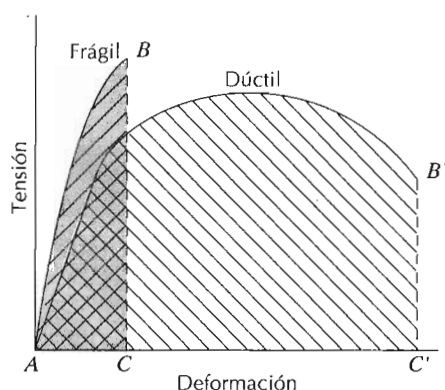


Figura 6.12 Representación esquemática de los diagramas de tracción de materiales frágiles, y dúctiles ensayados hasta la fractura.

¹ Tanto l_f como A_f se miden después de la rotura, volviéndose a colocar juntas las dos piezas resultantes.

El porcentaje de reducción de área %AR se define como

$$\%AR = \left(\frac{A_0 - A_f}{A_0} \right) \times 100 \quad (6.11)$$

donde A_0 es el área de la sección inicial y A_f es el área de la sección en el momento de la fractura. Los valores del porcentaje de reducción de área son independientes de l_0 y A_0 . Además, para un determinado material los valores de %EL y %AR son en general diferentes. La mayoría de los metales tienen por lo menos un pequeño grado de ductilidad a temperatura ambiente; sin embargo, algunos se hacen frágiles a medida que la temperatura disminuye (Sección 8.6).

El conocimiento de la ductilidad de un material es importante por lo menos por dos razones. En primer lugar, indica al diseñador el grado en que una estructura podrá deformarse antes de producirse la rotura. En segundo lugar, especifica el grado de deformación que puede permitirse durante las operaciones de conformación. A menudo se dice que los materiales relativamente dúctiles son "indulgentes", en el sentido de que cualquier error en el cálculo de la tensión de diseño lo ponen de manifiesto deformándose antes de producirse la fractura.

Como materiales frágiles pueden considerarse aquellos que tienen una deformación a la fractura menor que *aproximadamente* 5%.

Por consiguiente, a partir de ensayos de tensión-deformación se pueden determinar importantes propiedades mecánicas. La Tabla 6.2 presenta valores típicos a temperatura ambiente del límite elástico, resistencia a la tracción y ductilidad de algunos de los metales más comunes, los cuales han sido tratados térmicamente para que tengan una baja resistencia. Estas propiedades son sensibles a la deformación previa, la presencia de impurezas, y/o a cualquier tratamiento térmico a que haya sido sometido el material. El módulo de elasticidad es un parámetro mecánico que es insensible a estos tratamientos. De la misma manera que el módulo de elasticidad, el límite elástico y la resistencia a la tracción disminuyen al aumentar la temperatura; justamente ocurre lo contrario en el caso de la ductilidad, la cual usualmente aumenta con la temperatura. La Figura 6.13 muestra cómo la curva de tracción del hierro cambia con la temperatura.

Tabla 6.2 Propiedades mecánicas típicas de varios metales en el estado recocido y de pureza comercial

<i>Metal</i>	<i>Límite elástico [psi (MPa)]</i>	<i>Resistencia a la tracción [psi (MPa)]</i>	<i>Ductilidad % EL (en 2 pulg.)</i>
Oro	Nil	19 000 (130)	45
Aluminio	4 000 (28)	10 000 (69)	45
Cobre	10 000 (69)	29 000 (200)	45
Acero	19 000 (130)	38 000 (262)	45
Níquel	20 000 (138)	70 000 (480)	40
Titanio	35 000 (240)	48 000 (330)	30
Molibdeno	82 000 (565)	95 000 (655)	35

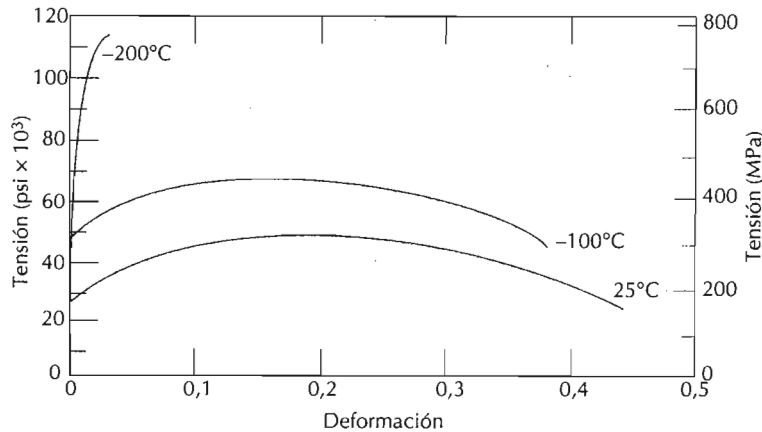


Figura 6.13 Curvas típicas de tracción del hierro a tres temperaturas.

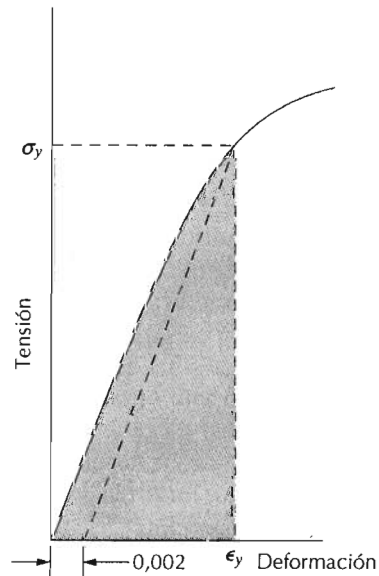


Figura 6.14 Esquema donde se indica cómo se obtiene el módulo de resiliencia (correspondiente al área sombreada) a partir de la curva de tracción.

6.6.4 Resiliencia

La **resiliencia** es la capacidad de un material de absorber energía elástica cuando es deformado y de ceder esta energía cuando se deja de aplicar que. La propiedad asociada se denomina *módulo de resiliencia*, U_r , que es la energía de deformación por unidad de volumen que se requiere para deformar un material hasta el límite elástico.

Matemáticamente, el módulo de resiliencia de una probeta sometida a una carga uniaxial es justamente el área debajo de la curva tensión-deformación hasta la fluencia (Figura 6.14), o bien

$$U_r = \int_0^{\epsilon_y} \sigma \, d\epsilon \quad (6.12a)$$

Suponiendo que la región es elástica lineal,

$$U_r = \frac{1}{2} \sigma_y \epsilon_y \quad (6.12b)$$

en donde ϵ_y es la deformación en el límite elástico.

Las unidades de resiliencia son el producto de las unidades de los ejes del diagrama tensión-deformación. En el Customary U.S., esta unidad es pulgada-libras fuerza por pulgada cúbica (pulg.-lb_f / pulg.³, equivalente al psi), mientras que en el Sistema Internacional es joules por metro cúbico (J/m³, o de forma equivalente Pa). Tanto pulgadas por libra fuerza como joules son unidades de energía, y por tanto el área bajo la curva tensión-deformación representa absorción de energía por unidad de volumen (en pulgadas cúbicas o en metros cúbicos) de material.

La incorporación de la Ecuación 6.4 en la Ecuación 6.12b se tiene,

$$U_r = \frac{1}{2} \sigma_y \epsilon_y = \frac{1}{2} \sigma_y \left(\frac{\sigma_y}{E} \right) = \frac{\sigma_y^2}{2E} \quad (6.13b)$$

Por consiguiente, los materiales resilientes son aquellos que tienen un límite elástico muy alto y un módulo de elasticidad muy bajo; tales aleaciones podrían utilizarse en aplicaciones para muelles.

6.6.5 Tenacidad

La **tenacidad** de un material es un término mecánico que se utiliza en varios contextos; en sentido amplio, es una medida de la capacidad de un material de absorber energía antes de la fractura. La geometría de la probeta así como la manera con que se aplica la carga son importantes en la determinación de la tenacidad. En el caso de condiciones de carga dinámicas (alta velocidad de deformación) y cuando una entalla (o sea un concentrador de tensiones) está presente, *la tenacidad a la entalla* es evaluada utilizando ensayos de impacto, tal como se discute en la Sección 8.6. Además, la tenacidad de fractura es una propiedad que nos indica la resistencia a la fractura de un material cuando existe una grieta (Sección 8.5).

En el caso de la situación estática (baja velocidad de deformación), la tenacidad puede ser evaluada a partir de los resultados del ensayo de tracción. Es el área bajo la curva σ - ϵ hasta la fractura. Las unidades de tenacidad son las mismas que las de resiliencia (o sea, energía por unidad de volumen de material). Para que un material sea tenaz, debe poseer tanto alta resistencia como ductilidad; y, a menudo, los materiales dúctiles son más tenaces que los frágiles. Esto se ve en la Figura 6.12, en la cual están representadas las curvas tensión-deformación para ambos tipos de materiales. Por consiguiente, aun cuando los materiales frágiles tienen mayor límite elástico y mayor resistencia a la tracción, tienen menor tenacidad que los dúctiles a causa de la falta de ductilidad; esto se puede deducir comparando las áreas ABC y $AB'C'$ de la Figura 6.12.

6.7 TENSIÓN Y DEFORMACIÓN REALES

La disminución en la tensión necesaria para continuar la deformación una vez superado el máximo, punto M de la Figura 6.10, parece indicar que la re-

sistencia a la deformación plástica disminuye. Pero, en realidad, ocurre todo lo contrario. No obstante, el área de la sección disminuye rápidamente dentro de la estricción, que es donde ocurre la deformación. Esto produce una disminución en la capacidad de la probeta para soportar una carga. La tensión, tal como es calculada en la Ecuación 6.1, se obtiene con el área de la sección inicial antes de que el material comience a deformarse, sin tener en cuenta la disminución de área de la estricción.

En ocasiones tiene más sentido utilizar curvas de tensión-deformación reales. La **tensión real** σ_T se define como la carga dividida por el área de la sección instantánea A_i sobre la cual ocurre la deformación (por ejemplo, la estricción, una vez pasado el máximo), o sea,

$$\sigma_T = \frac{F}{A_i} \quad (6.14)$$

Además en ocasiones también es más conveniente representar la **deformación real** ϵ_T , definida por

$$\epsilon_T = \ln \frac{l_i}{l_0} \quad (6.15)$$

Si no ocurre cambio de volumen durante la deformación, o sea, si

$$A_i l_i = A_0 l_0 \quad (6.16)$$

las tensiones y deformaciones reales están relacionadas con las nominales mediante

$$\sigma_T = \sigma (1 + \epsilon) \quad (6.17a)$$

$$\epsilon_T = \ln (1 + \epsilon) \quad (6.17b)$$

Las Ecuaciones 6.17a y 6.17b son válidas solamente al comienzo de la estricción; a partir de este punto la tensión y la deformación reales deben ser calculadas a partir de las medidas de las cargas, secciones transversales y longitudes de prueba reales.

En la Figura 6.15 se comparan las curvas de tracción nominales (o de ingeniería) con las reales. Nótese que la tensión real necesaria para aumentar la deformación continúa aumentando una vez superado el punto M' .

Coincidiendo con la formación de la estricción se origina un estado complejo de tensiones en esta zona (es decir, existen otras componentes de la tensión además de la tensión axial). Por consiguiente, la tensión *axial* correcta en la región de la estricción es ligeramente menor que la calculada a partir de la carga aplicada y del área de la sección de la estricción. Esto conduce a la curva corregida de la Figura 6.15.

En algunos metales y aleaciones, la región de la curva real tensión-deformación más allá del límite elástico hasta el punto en que comienza la estricción puede aproximarse mediante

$$\sigma_T = K \epsilon_T^n \quad (6.18)$$

Figura 6.15 Comparación de las curvas típicas de tracción nominales (también denominadas de ingeniería) y reales (también denominadas verdaderas). La estricción empieza en el punto *M* en la curva nominal, lo cual corresponde al punto *M'* sobre la curva real. La curva de tracción corregida toma en consideración el estado complejo de tensiones dentro de la región donde se forma la estricción.

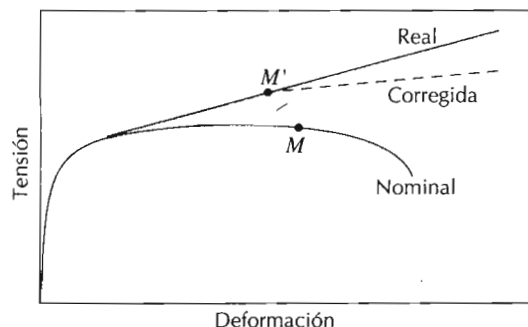


Tabla 6.3 Valores de *n* y *K* (Ecuación 6.18) para varias aleaciones

Material	<i>n</i>	<i>K</i>	
		psi	MPa
Acero de bajo contenido en carbono (recocido)	0,26	77000	530
Acero aleado (Tipo 4340 de AISI, recocido)	0,15	93000	640
Acero inoxidable (Tipo 304 de AISI, recocido)	0,45	185000	1275
Aluminio (recocido)	0,20	26000	180
Aleación de aluminio (Tipo 2024, tratada térmicamente)	0,16	10000	690
Cobre (recocido)	0,54	46000	315
Latón (70 Cu-30 Zn, recocido)	0,49	130000	895

Fuente: S. Kalpakian, *Manufacturing Processes for Engineering Materials*, © 1991 Addison-Wesley Publishing Co., Inc. Reproducida con autorización del editor.

En esta expresión *K* y *n* son constantes, cuyos valores varían de una aleación a otra, y también dependen de las condiciones del material (o sea, de si ha sido deformado previamente, o tratado térmicamente, etc.). El parámetro *n* es a menudo denominado exponente de endurecimiento por deformación y tiene un valor menor que la unidad. En la Tabla 6.3 se dan los valores de *K* y *n* para varias aleaciones.

PROBLEMA RESUELTO 6.4

Una probeta cilíndrica de acero que tiene un diámetro original de 12,8 mm (0,505 pulg.) es ensayada a tracción hasta la fractura y se encuentra que tiene una resistencia a la fractura σ_f de 460 MPa (67000 psi). Si el diámetro de la sección en el momento de la fractura es de 10,7 mm (0,422 pulg.), determinar:

- (a) La ductilidad en términos del porcentaje de reducción de área.
- (b) La verdadera tensión de fractura.

SOLUCIÓN

- (a) La ductilidad puede calcularse usando la Ecuación 6.11:

$$\begin{aligned}
 (\%AR) &= \frac{(12,8 \text{ mm}/2)^2 \pi - (10,7 \text{ mm}/2)^2 \pi}{(12,8 \text{ mm}/2)^2 \pi} \times 100 \\
 &= \frac{128,6 \text{ mm}^2 - 89,9 \text{ mm}^2}{128,6 \text{ mm}^2} \times 100 = 30\%
 \end{aligned}$$

(b) La tensión real está definida por la Ecuación 6.14, donde se toma el área a la fractura A_f . Sin embargo, la carga de fractura debe calcularse primero a partir de la resistencia a la fractura:

$$F = \sigma_f A_0 = (460 \text{ MPa}) (128,6 \text{ mm}^2) = 5915,6 \text{ N}$$

Así, la tensión real de fractura es:

$$\sigma_T = \frac{F}{A_f} = \frac{5915,6 \text{ N}}{89,9 \text{ mm}^2} = 658 \text{ MPa (95 700 psi)}$$

PROBLEMA RESUELTO 6.5

Calcular el exponente de endurecimiento por deformación n de la Ecuación 6.18 para una aleación en la cual una tensión verdadera de 415 MPa (60 000 psi) produce una tensión verdadera de 0,10; suponga que el valor de K es 1035 MPa (150 000 psi).

SOLUCIÓN

Esto requiere alguna manipulación algebraica de la Ecuación 6.18. Tomando logaritmos, reordenando y despejando n tenemos,

$$\begin{aligned} n &= \frac{\log \sigma_T - \log K}{\log \epsilon_T} \\ &= \frac{\log(415 \text{ MPa}) - \log(1035 \text{ MPa})}{\log(0,1)} = 0,40 \end{aligned}$$

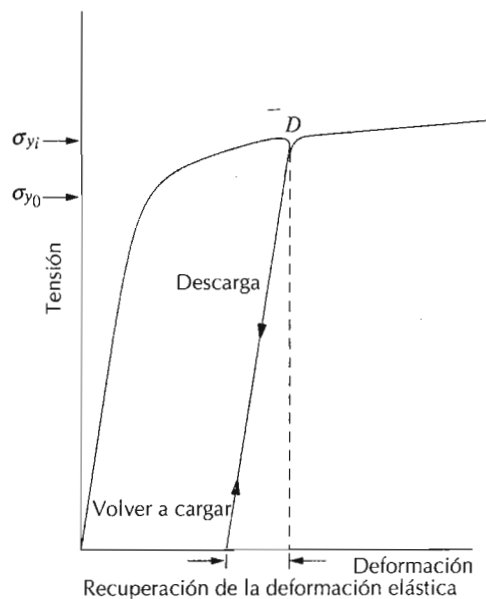
6.8 RECUPERACIÓN ELÁSTICA DURANTE LA DEFORMACIÓN PLÁSTICA

Si se retira la tensión aplicada durante el ensayo de tracción, una fracción de la deformación total es recuperada como deformación elástica. Este comportamiento se muestra en la Figura 6.16, en un diagrama esquemático tensión-deformación. Durante el ciclo de descarga, la curva traza un camino prácticamente recto desde el punto de descarga (punto D) y su pendiente es prácticamente igual al módulo de elasticidad del material, o sea, paralela a la porción elástica inicial de la curva. La magnitud de la deformación elástica, la cual es recuperada durante la descarga, corresponde a la deformación de recuperación, tal como se ilustra en la Figura 6.16. Si la carga es aplicada de nuevo, el camino que seguirá será el mismo pero en dirección opuesta al seguido en la descarga; la fluencia volverá a ocurrir a la carga que se inició la descarga. También se producirá una recuperación de la energía elástica durante la fractura.

6.9 DEFORMACIÓN POR COMPRESIÓN, POR CIZALLADURA Y TORSIONAL

Desde luego, los metales pueden experimentar deformación plástica bajo la influencia de una carga de compresión, de cizalladura o de torsión. El comportamiento tensión-deformación resultante en la región plástica será simi-

Figura 6.16 Diagrama esquemático de la curva de tracción mostrando el fenómeno de recuperación de la deformación elástica y del endurecimiento por deformación. El límite elástico inicial se indica como σ_{y0} ; σ_{yi} es el límite elástico después de retirar la carga en el punto D, y continuar después el ensayo.



lar al caso de tracción (Figura 6.9a: fluencia y la curvatura asociada). Sin embargo, en el caso de compresión, no aparecerá un máximo, ya que no se produce estricción; además, el modo de fractura será distinto que a tracción.

6.10 DUREZA

Otra propiedad mecánica que puede ser sumamente importante considerar es la **dureza**, la cual es una medida de la resistencia de un material a la deformación plástica localizada (por ejemplo, una pequeña abolladura o rayadura). Los primeros ensayos de dureza se basaban en el comportamiento de los minerales junto con una escala construida según la capacidad de un material para rayar a otro más blando. Un método cualitativo de ordenar de forma arbitraria la dureza es ampliamente conocido y se denomina escala de Mohs, la cual va desde 1 en el extremo blando para el talco hasta 10 para el diamante. A lo largo de los años se han ido desarrollando técnicas cuantitativas de dureza que se basan en un pequeño penetrador que es forzado sobre una superficie del material a ensayar en condiciones controladas de carga y velocidad de aplicación de la carga. En estos ensayos se mide la profundidad o tamaño de la huella resultante, lo cual se relaciona con un número de dureza; cuanto más blando es el material, mayor y más profunda es la huella, y menor es el número de dureza. Las durezas medidas tienen solamente un significado relativo (y no absoluto), y es necesario tener precaución al comparar durezas obtenidas por técnicas distintas.

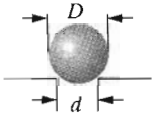
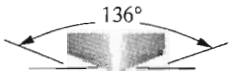
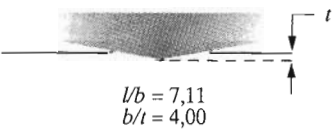
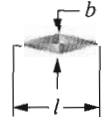
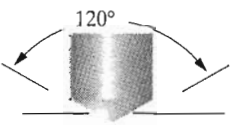
6.10.1 Ensayos de dureza Rockwell

El ensayo de dureza Rockwell constituye el método más usado para medir la dureza debido a que es muy simple de llevar a cabo y no requiere conocimientos especiales. Se pueden utilizar diferentes escalas que provienen de la

utilización de distintas combinaciones de penetradores y cargas, lo cual permite ensayar virtualmente cualquier metal o aleación desde el más duro al más blando. Los penetradores son bolas esféricas de acero endurecido que tienen diámetros de 1/16, 1/8, 1/4 y 1/2 pulg. (1,588, 3,175, 6,350, y 12,70 mm) y un penetrador cónico de diamante (Brale), el cual se utiliza para los materiales más duros.

Con este sistema, se determina un número de dureza a partir de la diferencia de profundidad de penetración que resulta al aplicar primero una carga inicial pequeña y después una carga mayor; la utilización de la carga pequeña aumenta la exactitud de la medida. Basándose en la magnitud de las cargas mayores y menores, existen dos tipos de ensayo: Rockwell y Rockwell superficial. En el ensayo de Rockwell, la carga menor es de 10 kg, mientras las cargas mayores son 60, 100 y 150 kg. Cada escala está representada por una letra del alfabeto; en las Tablas 6.4 y 6.5a se indican varias de

Tabla 6.4 Técnicas de ensayo de dureza

Ensayo ^a	Penetrador	Forma del penetrador		Carga	Fórmula para el número de dureza ^a
		Vista lateral	Vista superior		
Brinell	Esfera de 10mm de acero o de carburo de tungsteno			P	$HB = \frac{2P}{\pi D [D - \sqrt{D^2 - d^2}]}$
Microdureza Vickers	Pirámide de diamante			P	$HV = 1,854P/d_1^2$
Microdureza Knoop	Pirámide de diamante			P	$HK = 14,2P/l^2$
Rockwell y Rockwell superficial	Cono de diamante Esferas de acero de $\frac{1}{16}, \frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}$ pulgadas de diámetro			60 kg 100 kg 150 kg 15 kg 30 kg 45 kg	Rockwell Rockwell superficial

^a Para las fórmulas dadas, P (la carga aplicada) está en kg, D , d , d_1 y l están dadas en mm.

Fuente: Adaptado de H. W. Hayden, W. G. Moffatt y J. Wulff, *The Structure and Properties of Materials*, Vol III, *Mechanical Behavior*. © 1965 John Wiley & Sons, New York. Reproducido con permiso de John Wiley & Sons Inc.

Tabla 6.5a Escalas de dureza Rockwell

<i>Símbolo de la escala</i>	<i>Penetrador</i>	<i>Carga mayor (kg)</i>
A	Diamante	60
B	Bola de 1/16 pulg.	100
C	Diamante	150
D	Diamante	100
E	Bola de 1/8 pulg.	100
F	Bola de 1/16 pulg.	60
G	Bola de 1/16 pulg.	150
H	Bola de 1/8 pulg.	60
K	Bola de 1/8 pulg.	150

Tabla 6.5b Escalas de dureza Rockwell superficial

<i>Símbolo de la escala</i>	<i>Penetrador</i>	<i>Carga mayor (kg)</i>
15N	Diamante	15
30N	Diamante	30
45N	Diamante	45
15T	Bola de 1/16 pulg.	15
30T	Bola de 1/16 pulg.	30
45T	Bola de 1/16 pulg.	45
15W	Bola de 1/8 pulg.	15
30W	Bola de 1/8 pulg.	30
45W	Bola de 1/8 pulg.	45

estas escalas junto con los penetradores y cargas correspondientes. Para ensayos superficiales, la carga menor es de 3 kg, mientras que el valor de la carga mayor puede ser 15, 30 ó 45 kg. Estas escalas se identifican mediante un número (15, 30 ó 45, según la carga) y una letra (N, T, W o Y, según el penetrador). Los ensayos superficiales se realizan frecuentemente en probetas delgadas. La Tabla 6.5b presenta varias escalas superficiales.

Cuando se especifican durezas Rockwell y superficiales, debe indicarse, además del número de dureza, el símbolo de la escala utilizada. La escala se designa por el símbolo HR seguido por una identificación de la escala.¹ Por ejemplo, 80 HRB representa una dureza Rockwell de 80 en la escala B, y 60 HR30W indica una dureza superficial de 60 en la escala 30W.

Para cada escala las durezas pueden llegar a valores de 130; sin embargo, a medida que la dureza alcanza valores superiores a 100 o inferiores a 20 en cualquier escala, éstos son poco exactos; debido a que las escalas se solapan en esta situación es mejor utilizar la escala vecina más dura o la vecina más blanda respectivamente.

También se producen inexactitudes si la muestra es demasiado delgada, si la huella se realiza demasiado cerca de un borde, o bien si dos huellas están demasiado próximas. El espesor de la probeta debe ser por lo menos alrededor de 10 veces la profundidad de la huella, también debe haber un espacio de tres diámetros de huella entre el centro de una huella y el borde de la pro-

¹ Las escalas Rockwell también se designan frecuentemente por una letra R con la letra de la escala como subíndice, por ejemplo, R_C, significa escala Rockwell C.

beta, o bien con el centro de otra indentación. Además los ensayos de probetas apiladas una sobre otra no es recomendable. La exactitud también depende de si la dureza se toma sobre una superficie perfectamente lisa.

Los equipos modernos para la medida de la dureza Rockwell están automatizados y son de muy fácil utilización; la dureza es medida directamente, y cada medida requiere únicamente unos pocos segundos.

Los equipos modernos de ensayo también permiten la variación del tiempo de aplicación de la carga. Esta variable debe ser considerada al interpretar los resultados de los ensayos de dureza.

6.10.2 Ensayos de dureza Brinell

En los ensayos de dureza Brinell, así como en las durezas Rockwell, se fuerza un penetrador duro esférico en la superficie del metal a ensayar. El diámetro del penetrador de acero endurecido (o bien de carburo de tungsteno) es de 10,00 mm (0,394 pulg.). Las cargas normalizadas están comprendidas entre 500 y 3000 kg en incrementos de 500 kg; durante un ensayo, la carga se mantiene constante durante un tiempo especificado (entre 10 y 30 s). Los materiales más duros requieren cargas mayores. El número de dureza Brinell, HB, es una función de tanto la magnitud de la carga como del diámetro de la huella resultante (véase la Tabla 6.4).¹ Este diámetro se mide con una lupa de pocos aumentos, que tiene una escala graduada en el ocular. El diámetro medido es entonces convertido a número HB aproximado usando una tabla; en esta técnica solamente se utiliza una escala.

Los requerimientos de espesor de la muestra, de posición de la huella (relativa a los bordes de la muestra) y de separación mínima entre huellas son los mismos que en los ensayos Rockwell. Además, se necesita una huella bien definida, lo cual exige que la superficie sobre la cual se realiza la huella sea perfectamente lisa.

6.10.3 Ensayos de microdureza Vickers y Knoop

Otras dos técnicas de ensayo son la dureza Knoop y la dureza Vickers (también a veces denominado pirámide de diamante). En estos ensayos, un penetrador de diamante muy pequeño y de geometría piramidal es forzado en la superficie de la muestra. Las cargas aplicadas, mucho menores que en las técnicas Brinell y Rockwell, están comprendidas entre 1 y 1000 g. La marca resultante se observa al microscopio y se mide; esta medida es entonces convertida en un número de dureza (Tabla 6.4). Es necesario que la superficie de la muestra haya sido preparada cuidadosamente (mediante desbaste y pulido) para poder asegurar una huella que pueda ser medida con exactitud. Las durezas Knoop y Vickers se designan por HK y HV, respectivamente,² y las escalas de dureza para ambas técnicas son aproximadamente equivalentes. Las técnicas Knoop y Vickers se consideran ensayos de microdureza debido a la magnitud de la carga y al tamaño del indentador. Ambas son muy convenientes para la medida de la dureza de pequeñas regiones seleccionadas en la superficie de la muestra; además, ambas técnicas Knoop y Vickers son utilizadas para el ensayo de materiales frágiles, tales como las cerámicas.

¹ El número de dureza Brinell también se indica por BHN.

² A veces se utilizan los símbolos KHN y VHN para designar los números de dureza Knoop y Vickers, respectivamente.

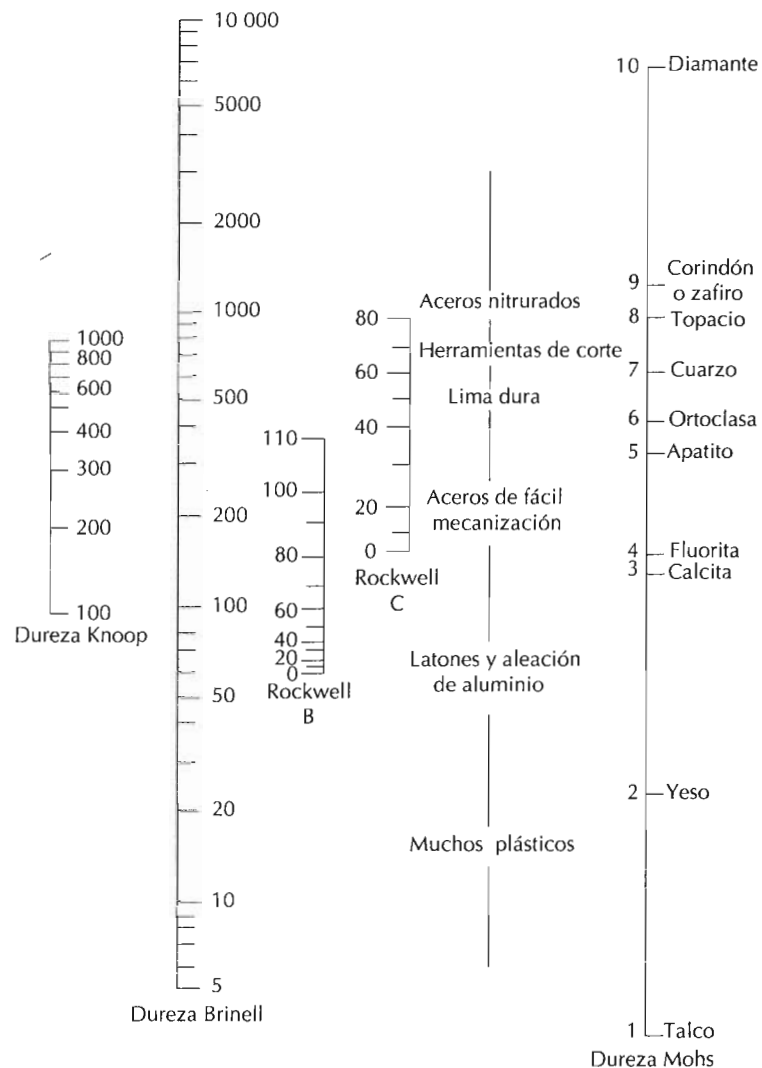


Figura 6.17 Comparación de las varias escalas de dureza. (Adaptado de G. F. Kinney, *Engineering Properties and Applications of Plastics*, p. 202. Copyright ©1957 John Wiley & Sons, New York. Reproducido con permiso de John Wiley & Sons, Inc.)

6.10.4 Conversión de la dureza

Es muy conveniente disponer de métodos para convertir la dureza de una escala a otra. Sin embargo, puesto que la dureza no es una propiedad del material muy bien definida, y debido a las diferencias experimentales de cada técnica, no se ha establecido un método general para convertir las durezas de una escala a otra. Los datos de conversión han sido determinados experimentalmente y se ha encontrado que son dependientes del tipo de material y de las características. La escala de conversión más fiable que existe es la que corresponde a aceros. Estos datos se presentan en la Figura 6.17 para las durezas Knoop, Brinell y de las dos escalas Rockwell; también se incluye la escala de Mohs. Como resultado de lo que se ha dicho anteriormente debe tenerse mucho cuidado al extrapolar estos datos a otras sistemas de aleaciones.

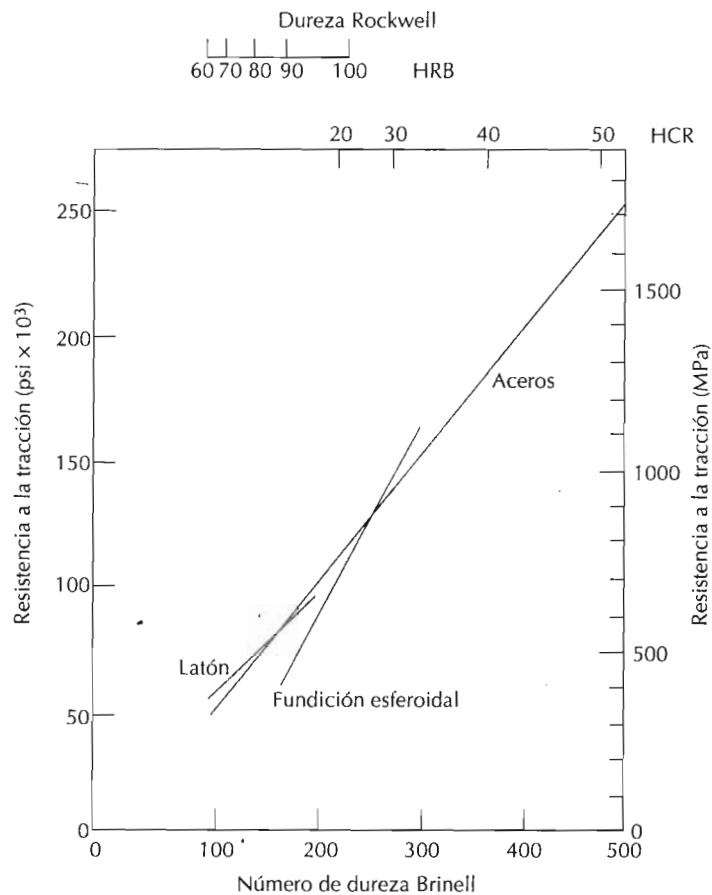


Figura 6.18 Relación entre dureza y resistencia a la tracción para el acero, el latón y la fundición. (*Metals Handbook: Properties and Selection, Irons and Steels*, Vol 1, 9th edition, B. Bardes, Editor, American Society for Metals, 1978, p. 36 y 461; *Metals Handbook: Properties and Selection: Nonferrous Alloys and Pure Metals*, Vol. 2, 9th edition, H. Baker, Managing Editor, American Society for Metals, 1979, p. 327.)

6.10.5 Correlación entre dureza y la resistencia a la tracción

Tanto la resistencia a la tracción como la dureza son indicadores de la resistencia de un metal a la deformación plástica. Por consiguiente, estas propiedades son, a grandes rasgos, proporcionales, tal como se muestra en la Figura 6.18 para la resistencia a la tracción en función de la HB en el caso de la fundición, aceros y latones. Tal como se indica en la Figura 6.18, la relación de proporcionalidad no es la misma para todos los metales. Como regla general, para la mayoría de los aceros, el número HB y la resistencia a la tracción están relacionados de acuerdo con:

$$TS(\text{psi}) = 500 \times \text{HB} \quad (6.19a)$$

$$TS(\text{MPa}) = 3,45 \times \text{HB} \quad (6.19b)$$

Los ensayos de dureza se realizan con mucho mayor frecuencia que cualquier otro ensayo por varias razones:

1. Son sencillos y baratos, y ordinariamente no es necesario preparar una muestra especial.

2. El ensayo es no destructivo, la muestra no es fracturada ni es excesivamente deformada; una pequeña huella es la única deformación.
3. Otras propiedades mecánicas pueden ser estimadas a partir de los resultados de dureza, tales con la resistencia a la tracción (Figura 6.18).

6.11 VARIABILIDAD DE LAS PROPIEDADES DE LOS MATERIALES

Es importante tratar ahora una cuestión que a veces crea confusiones a muchos estudiantes de ingeniería, como es el hecho de que las propiedades de los materiales no tienen valores exactos. Es decir, aun cuando tuviéramos el instrumento de medida más preciso posible y un procedimiento completamente controlado, siempre tendremos cierta dispersión o variabilidad de los resultados que se obtienen en distintas probetas del mismo material. Por ejemplo, consideremos un número de probetas de tracción, todas idénticas, que han sido preparadas a partir de la misma barra de una aleación metálica y que son todas ensayadas en el mismo aparato. Lo más probable es que observemos que cada curva de tracción es ligeramente distinta de las otras. Esto genera a una variedad de valores del módulo de elasticidad, límite elástico y resistencia a la tracción. Existen muchos factores capaces de producir esta variabilidad, entre ellos el método de ensayo, las variaciones en los procesos de fabricación de la probeta, la acción del operador y el equipo de calibración del aparato de medida. Además, dentro del propio material pueden existir inhomogeneidades y/o ligeras diferencias de composición de un lote a otro. Desde luego, deben tomarse todas las medidas necesarias para que la posibilidad de errores en las medidas sea mínimo, así como para mitigar aquellos factores que generan la variabilidad en los resultados.

Obviamente, esta dispersión también existe para otras propiedades de los materiales, tales como densidad, conductividad eléctrica y coeficiente de dilatación térmica.

Es importante que el ingeniero de diseño se dé cuenta que esta dispersión y variabilidad de las propiedades de los materiales son inevitables y deben considerarse de forma apropiada. En algunas ocasiones, los resultados deben ser tratados de forma estadística y deben determinarse probabilidades. Por ejemplo, en lugar de preguntar: "¿Cuál es la resistencia a la fractura de esta aleación?", el ingeniero debe acostumbrarse a preguntar: "¿Cuál es la probabilidad de rotura de esta aleación en determinadas circunstancias?"

A pesar de la variación en las propiedades medidas, es conveniente especificar un valor "típico". Frecuentemente el valor típico se toma como el promedio de los valores experimentales. Estos se obtienen dividiendo la suma de todos los valores medidos por el número de medidas. En términos matemáticos, el promedio $\bar{x}$ de un parámetro x es

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (6.20)$$

donde n es el número de observaciones o medidas y x_i es el valor de una medida discreta.

A veces también es deseable cuantificar el grado de dispersión de los valores medidos. La medida más común de la dispersión es la desviación estándar s , la cual se determina utilizando la siguiente expresión

$$s = \left[\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \right]^{1/2} \quad (6.21)$$

donde x_i , $\bar{x}$, y n están definidos más arriba. Un valor muy alto de la desviación estándar corresponde a un alto grado de dispersión.

PROBLEMA RESUELTO 6.6

Se midieron las resistencias a la tracción de cuatro probetas del mismo acero con y se obtuvieron los siguientes resultados:

Número de probeta	Resistencia a la tracción (MPa)
1	520
2	512
3	515
4	522

- (a) Calcular la resistencia media a la tracción
(b) Determinar la desviación estándar

SOLUCIÓN

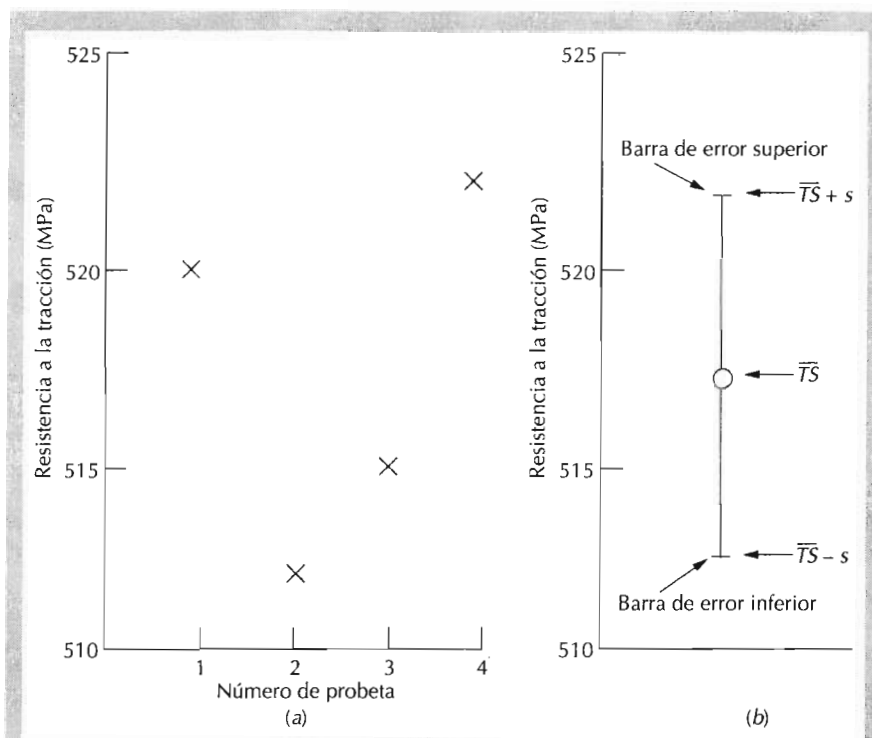
- (a) La resistencia media a la tracción ($\overline{TS}$) se calcula mediante la Ecuación 6.20 con $n = 4$:

$$\begin{aligned} \overline{TS} &= \frac{\sum_{i=1}^4 (TS)_i}{4} \\ &= \frac{520 + 512 + 515 + 522}{4} \\ &= 517 \text{ MPa} \end{aligned}$$

- (b) Para la desviación estándar se determina utilizando la Ecuación 6.21,

$$\begin{aligned} s &= \left[\frac{\sum_{i=1}^4 \{(TS)_i - \overline{TS}\}^2}{4-1} \right]^{1/2} \\ &= \left(\frac{(520-517)^2 + (512-517)^2 + (515-517)^2 + (522-517)^2}{4-1} \right)^{1/2} \\ &= 4,6 \text{ MPa} \end{aligned}$$

Figura 6.19 (a) Resultados de resistencia a la tracción asociados con el Problema Resuelto 6.6. (b) Manera como pueden ser representados estos resultados. El punto (O) corresponde al valor medio de la resistencia a la tracción ($\bar{T}_S$); las barras de error indican el grado de dispersión correspondiente al valor medio más y menos la desviación estándar ($\bar{T}_S \pm s$).



La Figura 6.19 muestra la resistencia a la tracción en función del número de probeta del problema, y también cómo pueden presentarse los resultados de forma gráfica. La resistencia a la tracción (Fig. 6.19b) corresponde al valor medio $\bar{T}_S$, mientras que la dispersión se indica por barras de error (líneas horizontales cortas) situadas por encima y por debajo del símbolo que representa al valor medio ($\bar{T}_S$); estas barras están conectadas a dicho símbolo por líneas verticales. La barra de error superior está colocada a un valor igual al valor medio más la desviación estándar ($\bar{T}_S + s$), mientras que la barra de error inferior corresponde al valor medio menos la desviación estándar ($\bar{T}_S - s$).

6.12 FACTORES DE SEGURIDAD

En la sección anterior se puso de relieve que virtualmente todos los materiales de ingeniería presentan una determinada variabilidad en las propiedades mecánicas. Además, también existen incertidumbres en cuanto a la magnitud de la fuerza aplicada en servicio; usualmente los cálculos de las tensiones se basan en aproximaciones. Por consiguiente, durante el diseño se debe tener en cuenta esto para que no pueda ocurrir la rotura. Esto se realiza estableciendo para el material utilizado una **tensión de seguridad** o **tensión de trabajo**, la cual usualmente se representa por σ_w . Para situaciones estáticas y metales dúctiles, σ_w se toma igual a la resistencia a la fluencia dividida por el **factor de seguridad**, N , o sea

$$\sigma_w = \frac{\sigma_y}{N} \quad (6.22)$$

Con los materiales cerámicos frágiles, prácticamente siempre existe un alto grado de dispersión en la resistencia a la tracción; por consiguiente, se requieren análisis estadísticos más complicados.

Obviamente, es necesario elegir un valor apropiado de N . Si N es demasiado grande, entonces el componente puede estar sobrediseñado, o sea, se utiliza demasiado material o bien se utiliza una aleación con resistencia superior a la necesaria. Los valores de N normalmente están comprendidos entre 1,2 y 4,0, siendo 2 un buen promedio. La selección de N dependerá de muchos factores, incluyendo el coste, la experiencia previa, la exactitud con que las fuerzas mecánicas y las propiedades del material son conocidas, y, lo más importante: las consecuencias de la rotura en términos de vidas humanas y daños materiales.

RESUMEN

En este capítulo se han discutido varias propiedades mecánicas importantes de los materiales, predominantemente de metales. En primer lugar se han introducido los conceptos de tensión y deformación. La tensión es una medida de la carga o fuerza mecánica aplicada, normalizada para tomar en consideración el área de la sección. Se han definido dos parámetros de tensión distintos: la tensión nominal y la tensión real. La deformación es inducida por una tensión; en ingeniería se utiliza tanto la deformación nominal como la deformación real.

Algunas de las características mecánicas de los metales pueden ser determinadas a partir de ensayos tensión-deformación sencillos. Existen cuatro tipos distintos de ensayos: tracción, compresión, torsión y cizalladura. Los de tracción son los más comunes. Cuando un material es estirado, primero se deforma de manera elástica, o sea, la deformación no es permanente, y la tensión y la deformación son proporcionales. La constante de proporcionalidad es el módulo de elasticidad cuando la carga es de tracción o de compresión, y es el módulo de cizalladura cuando la tensión es una cizalladura.

El fenómeno de fluencia ocurre al comienzo de la deformación plástica, o deformación permanente; el límite elástico se determina como la tensión para un 0,2% de deformación plástica a partir del comportamiento en la curva tensión-deformación, el cual nos indica la tensión a la cual empieza la deformación plástica. La resistencia a la tracción corresponde a la tensión máxima que puede soportar una probeta, mientras que el alargamiento porcentual y la reducción de área son medidas de ductilidad, la cantidad de deformación plástica que tiene lugar hasta la fractura. La resiliencia es la capacidad del material para absorber energía durante la deformación elástica; el módulo de resiliencia es el área debajo de la curva nominal tensión-deformación hasta el límite elástico. También, la tenacidad estática representa la energía absorbida durante la fractura de un material, y se toma como el área bajo la curva completa tensión-deformación. Los materiales dúctiles son normalmente más tenaces que los frágiles.

La dureza es una medida de la resistencia a la deformación plástica localizada. En muchas técnicas populares de dureza (Rockwell, Brinell, Knoop y Vickers) un pequeño penetrador se fuerza en la superficie del material, y un número o índice es determinado sobre la base del tamaño o profundidad

de la huella resultante. En muchos metales, la dureza y la resistencia a tracción son aproximadamente proporcionales uno a otro.

Las propiedades mecánicas (así como otras propiedades) no son cantidades exactas, y existirá siempre alguna dispersión en los valores medidos. Las propiedades típicas del material se especifican usualmente en términos de promedios, mientras que la magnitud de la dispersión se representa mediante la desviación estándar.

Como resultado de la incertidumbre, tanto en las propiedades mecánicas medidas y en las tensiones aplicadas en servicio, usualmente se utilizan tensiones de trabajo o tensiones de seguridad para propósitos de diseño. En el caso de los materiales dúctiles, las tensiones de trabajo son el cociente entre el límite elástico y el factor de seguridad.

TÉRMINOS Y CONCEPTOS IMPORTANTES

Anelasticidad	Coefficiente de Poisson	Tenacidad
Ductilidad	Límite proporcional	Deformación real
Deformación elástica	Resiliencia	Deformación real
Recuperación elástica	Tensión de seguridad	Tensión real
Deformación nominal	Cizalladura	Fluencia
Módulo de elasticidad	Resistencia a la tracción	Límite elástico
Deformación plástica		

BIBLIOGRAFÍA

- ASM Handbook, Vol. 8, *Mechanical Testing*, ASM International, Materials Park, OH, 1985.
- BOYER, H. E. (Editor), *Atlas of Stress-Strain Curves*, ASM International, Materials Park, OH, 1986.
- DIETER, G. E., *Mechanical Metallurgy*, 3rd edition, McGraw-Hill Book Co., New York, 1986.
- HAN, P. (Editor), *Tensile Testing*, ASM International, Materials Park, OH, 1992.
- HAYDEN, H. W., W. G. MOFFATT, and J. WULFF, *The Structures and Properties of Materials*, Vol. III, *Mechanical Behavior*, John Wiley & Sons, New York, 1965.
- McCLINTOCK, F. A. and A. S. ARGON, *Mechanical Behavior of Materials*, Addison-Wesley Publishing Co., Reading, MA, 1966.
- MARIN, J., *Mechanical Behavior of Engineering Materials*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1962.
- TEGART, W. J. M., *Elements of Mechanical Metallurgy*, The McMillan Co., New York, 1966.

PROBLEMAS Y CUESTIONES

- 6.1 Una probeta de cobre con una sección rectangular de 15,2 mm × 19,1 mm (0,6 pulg. × 0,75 pulg.) es estirada a tracción con una fuerza de 44 500 N (10 000 lb

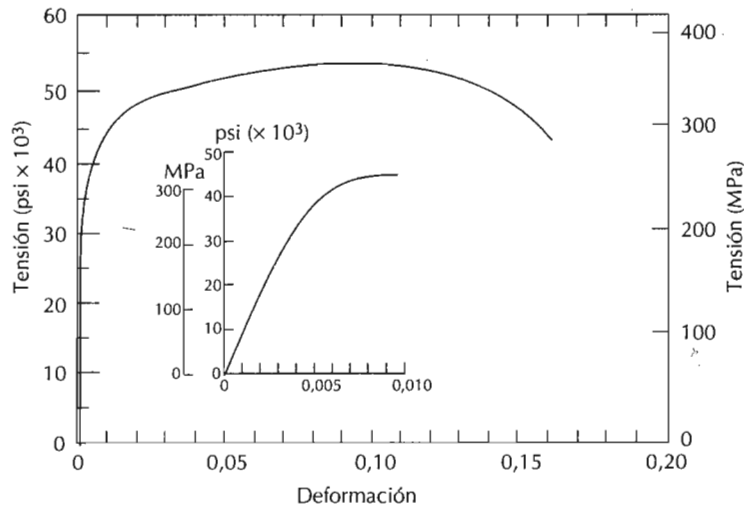


Figura 6.20 Curva de tracción para una aleación de aluminio.

fuerza), la cual produce únicamente deformación elástica. Calcule la deformación resultante.

- 6.2 Una probeta cilíndrica de una aleación de níquel con un módulo de elasticidad de $20,7 \times 10^4$ MPa (30×10^6 psi) y un diámetro original de 10,2 mm (0,40 pulg.) experimenta únicamente deformación elástica cuando se aplica una tensión de 8900 N (2000 lb fuerza). Calcular la máxima longitud de la probeta antes de la deformación si el máximo alargamiento permitido es de 0,25 mm (0,010 pulg.).
- 6.3 Una barra de aluminio de 127 mm (5 pulg.) de longitud con una sección cuadrada de 16,5 mm (0,65 pulg.) de lado es estirada a tracción con una carga de $6,67 \times 10^4$ N (15000 lb_f) y experimenta un alargamiento de 0,43 mm ($1,7 \times 10^{-2}$ pulg.). Suponiendo que la deformación es completamente elástica, determinar el módulo de elasticidad del aluminio.
- 6.4 Consideremos un hilo cilíndrico de titanio de 3,0 mm (0,12 pulg.) de diámetro y $2,5 \times 10^4$ mm (1000 pulg.) de largo. Determinar su alargamiento cuando se aplica una carga de 500 N (112 lb_f). Suponga que toda la deformación es elástica.
- 6.5 Para un determinado latón, la tensión a la cual empieza la deformación plástica es 345 MPa (50000 psi), y el módulo de elasticidad es $10,3 \times 10^4$ MPa (15×10^6 psi).
- (a) ¿Cuál es la máxima tensión que puede aplicarse a una probeta con una sección 130 mm^2 (0,2 pulg.²) sin que se produzca deformación plástica?
- (b) Si la longitud original de la probeta es 76 mm (3 pulg.), ¿cuál es la máxima longitud que puede ser estirada sin causar deformación plástica?
- 6.6 Una barra cilíndrica de acero ($E = 20,7 \times 10^4$, 30×10^6 psi) con un límite elástico de 310 MPa (45000 psi) va a ser sometida a una carga de 11000 N (2500 lb_f). Si la longitud de la barra es 510 mm (20 pulg.), ¿cuál debe ser el diámetro para permitir un alargamiento de 0,38 mm (0,015 pulg.)?
- 6.7 Consideremos una probeta cilíndrica de una aleación de aluminio (Figura 6.20) de 10 mm (0,39 pulg.) de diámetro y 75 mm (3,0 pulg.) de longitud que es estirada a tracción. Determinar su alargamiento cuando se aplica una carga de 13500 N (3035 lb_f).

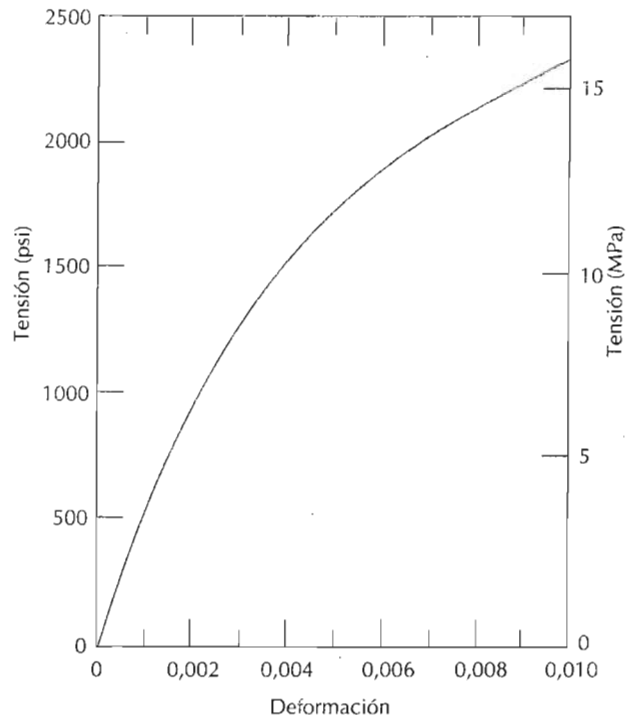


Figura 6.21 Curva de tracción de una fundición gris.

- 6.8** La Figura 6.21 muestra la curva de tracción de una fundición gris en la región elástica. Determinar (a) el módulo tangente a 10,3 MPa (1500 psi) y (b) el módulo secante a 6,9 MPa (1000 psi).
- 6.9** Tal como se indicó en la Sección 3.14 para los monocristales de algunas sustancias, las propiedades físicas de algunos materiales son anisotrópicas, es decir, dependen de la dirección cristalográfica. Una de estas propiedades es el módulo de elasticidad. En el caso de monocristales cúbicos, el módulo de elasticidad en una dirección arbitraria $[uvw]$, E_{uvw} , viene dado por la siguiente expresión

$$\frac{1}{E_{uvw}} = \frac{1}{E_{\langle 100 \rangle}} - 3 \left(\frac{1}{E_{\langle 100 \rangle}} - \frac{1}{E_{\langle 111 \rangle}} \right) (\alpha^2 \beta^2 + \beta^2 \gamma^2 + \gamma^2 \alpha^2)$$

donde $E_{\langle 100 \rangle}$ y $E_{\langle 111 \rangle}$ son los módulos de elasticidad en las direcciones $[100]$ y $[111]$, respectivamente; α , β , y γ son los cosenos de los ángulos entre $[uvw]$ y las direcciones $[100]$, $[010]$ y $[001]$, respectivamente. Compruebe que los valores de $E_{\langle 110 \rangle}$ para el aluminio, cobre y hierro de la Tabla 3.3 sean los correctos.

- 6.10** En la Sección 2.6 se indicó que la energía de enlace E_N entre dos iones aislados de carga opuesta es una función de la distancia interatómica r según la relación:

$$E_N = -\frac{A}{r} + \frac{B}{r^n} \quad (6.23)$$

donde A , B , y n son constantes para un determinado par de iones. El módulo de elasticidad E es proporcional a la pendiente de la curva fuerza-separación de los iones en la separación de equilibrio; o sea,

$$(E_{\infty}) \left(\frac{dF}{dr} \right)_{r_0}$$

Deduzca una expresión para la dependencia del módulo de elasticidad de estos parámetros A , B , y n (para el caso de dos iones) usando el siguiente procedimiento:

1. Establecer una expresión de la fuerza en función de la distancia r , notando que

$$F = \frac{dE_N}{dr}$$

2. Calcule la derivada dF/dr .

3. Desarrolle una expresión para r_0 , la separación de equilibrio. Puesto que r_0 corresponde al valor de r en el mínimo de la curva E_N frente a r (Figura 2.8b), calcule la derivada dE_N/dr , iguale a cero y despeje r , el valor resultante es r_0 .

4. Finalmente substituya esta expresión de r_0 en la relación obtenida al calcular dF/dr .

- 6.11 Utilizando la solución del Problema 6.10, ordene de mayor a menor las magnitudes de los módulos de elasticidad de los siguientes supuestos materiales X, Y y Z. Los parámetros apropiados A , B , y n (Ecuación 6.23) para estos materiales están tabulados en la Tabla adjunta; de tal manera que las unidades que resultan para E_N son electronvolt y nanómetros para r .

Material	A	B	n
X	1,5	$7,0 \times 10^{-6}$	8
Y	2,0	$1,0 \times 10^{-5}$	9
Z	3,5	$4,0 \times 10^{-6}$	7

- 6.12 Una probeta cilíndrica de acero tiene un diámetro de 0,6 pulg. (15,2 mm) y una longitud de 10 pulg. (250 mm) y se deforma elásticamente a tracción con una fuerza de 48900 N (11000 lb_f). Usando los valores de la Tabla 6.1, determinar:

(a) Lo que se alargará en la dirección de la fuerza aplicada.

(b) El cambio de diámetro de la probeta. ¿Aumentará o disminuirá el diámetro?

- 6.13 Un cilindro de aluminio de 19 mm (0,75 pulg.) de diámetro tiene que ser deformado elásticamente mediante la aplicación de una fuerza a lo largo de su eje. Utilizando los datos de la Tabla 6.1, determinar la fuerza que producirá una reducción elástica de $2,5 \times 10^{-3}$ mm ($1,0 \times 10^{-4}$ pulg.) en el diámetro.

- 6.14 Una probeta cilíndrica de una aleación metálica de 10,0 mm (0,4 pulg.) de diámetro es deformada elásticamente a tracción. Una fuerza de 3370 lb_f (15 000 N) produce una reducción en el diámetro de la probeta de 7×10^{-3} mm ($2,8 \times 10^{-4}$ pulg.). Calcular el coeficiente de Poisson de este material si su módulo de elasticidad es 10^5 MPa ($14,5 \times 10^6$ psi).

- 6.15 Un probeta cilíndrica de una aleación es deformada a compresión. Si los diámetros original y final son 30,00 y 30,04 mm, respectivamente, y su longitud

- final es de 105,20 mm, calcular su longitud original si la deformación es completamente elástica. Los módulos de elasticidad y de cizalladura para esta aleación son $65,5 \times 10^3$ y $25,4 \times 10^3$ MPa, respectivamente.
- 6.16 Consideremos una probeta de determinada aleación con un diámetro de 10,0 mm (0,39 pulg.). Una fuerza de tracción de 1500 N (340 lb_f) produce una reducción elástica del diámetro de $6,7 \times 10^{-4}$ mm ($2,64 \times 10^{-5}$ pulg.). Calcular el módulo de elasticidad de esta aleación, sabiendo que el módulo de Poisson es 0,35.
- 6.17 Una aleación de latón tiene un límite elástico de 35000 psi (240 MPa), una resistencia a la tracción de 310 MPa (45000 psi), y un módulo de elasticidad de $11,0 \times 10^4$ MPa (16×10^6 psi.). Una probeta cilíndrica de esta aleación de 15,2 mm (0,60 pulg.) de diámetro y 380 mm (15 psi) de longitud es deformada a tracción y se encuentra que se alarga 1,9 mm (0,075 pulg.). En base a la información suministrada, ¿es posible calcular la magnitud de la carga necesaria para producir este cambio en longitud? En caso afirmativo, calcular la carga. En caso contrario, explicar la razón.
- 6.18 Una probeta cilíndrica de un metal tiene un diámetro de 12,7 mm (0,5 pulg.) y 254 mm de longitud (10 psi.) es sometida a un tracción de 28 MPa (4000 psi); a este nivel de la tensión toda la deformación es elástica.
- (a) Si el alargamiento tiene que ser menor de 0,080 mm ($3,2 \times 10^{-3}$ pulg.), ¿qué metales de la Tabla 6.1 son los mejores candidatos?
- (b) Si además la máxima disminución en diámetro que se puede permitir es $1,2 \times 10^{-3}$ mm ($4,7 \times 10^{-5}$ pulg.), ¿qué metales de la Tabla 6.1 pueden utilizarse? ¿Por qué?
- 6.19 Consideremos una aleación de latón con el comportamiento curva tensión-deformación mostrado en la Figura 6.11. Una probeta cilíndrica de este material de 10,0 mm (0,39 pulg.) de diámetro y 101,6 mm (4,0 pulg.) de longitud es estirada a tracción con una fuerza de 10000 N (2250 lb_f). Si el coeficiente de Poisson de esta aleación es igual 0,35, calcular: (a) el alargamiento de la probeta, y (b) la reducción del diámetro de la probeta.
- 6.20 Cite las diferencias básicas entre comportamiento elástico, anelástico y plástico.
- 6.21 Una barra cilíndrica de 120 mm de longitud y con un diámetro de 15,0 mm se deforma usando una carga de 35000 N. No debe experimentar deformación plástica ni tampoco el diámetro debe reducirse en más de $1,2 \times 10^{-2}$ mm. ¿Cuál de los materiales tabulados son posibles candidatos? Justifique su respuesta.

Material	Módulo de elasticidad (MPa $\times 10^3$)	Límite elástico (MPa)	Coefficiente de Poisson
Aleación de aluminio	70	250	0,33
Aleación de titanio	105	850	0,36
Acero	205	550	0,27
Aleación de magnesio	45	170	0,29

- 6.22 Una barra cilíndrica de 380 mm (15 pulg.) de longitud, con un diámetro de 10 mm (0,4 pulg.), es sometida a un esfuerzo de tracción. Si la barra no debe experimentar ni deformación plástica ni una elongación superior a 0,9 mm (0,035 pulg.) cuando se aplica una carga de 24 500 N (5500 lb_f), ¿cuál de los cuatro metales o aleaciones de la tabla adjunta son posibles candidatos? Justifique su respuesta.

Material	Módulo de elasticidad (psi)	Límite elástico (psi)	Resistencia a la tracción (psi)
Aleación de aluminio	10×10^6	37000	61000
Latón	$14,6 \times 10^6$	50000	61000
Cobre	16×10^6	30000	40000
Acero	30×10^6	65000	80000

- 6.23 La Figura 6.20 muestra la curva de tracción para un acero.
- ¿Cuál es el módulo de elasticidad?
 - ¿Cuál es el límite de proporcionalidad?
 - ¿Cuál es el límite elástico para una deformación del 0,002?
 - ¿Cuál es la resistencia a la tracción?
- 6.24 Una probeta cilíndrica de un latón que tiene una longitud de 100 mm (4 pulg.) debe alargarse sólo 5 mm (0,2 pulg.) cuando se aplica una carga de tracción de 100000 N (22500 lb_f). En estas circunstancias, ¿cuánto debe valer el radio de la probeta? Considere que este latón tiene una curva tensión-deformación igual a la de la Figura 6.11.
- 6.25 Una carga de 44500 N (10000 lb_f) se aplica sobre una probeta cilíndrica de acero (mostrando la curva tensión-deformación de la Figura 6.20) que tiene un diámetro de 10 mm (0,40 pulg.).
- La probeta experimentará deformación elástica o plástica? ¿Por qué?
 - Si la longitud inicial de la probeta es 500 mm (20 pulg.), ¿en cuánto aumentará la longitud cuando se aplique la carga?
- 6.26 Una barra de acero con una curva tensión-deformación tal como se muestra en la Figura 6.20 es sometida a una carga de tracción; la probeta es de 300 mm (12 pulg.) de longitud y de sección cuadrada de 4,5 mm (0,175 pulg.).
- Calcular la magnitud de la carga necesaria para producir un alargamiento de 0,46 mm (0,018 pulg.).
 - ¿Cuál será la deformación después de que la carga haya sido retirada?
- 6.27 Una probeta cilíndrica de aluminio con un diámetro de 12,8 mm (0,505 pulg.) y una longitud de prueba de 50,80 mm (2,00 pulg.) es estirada a tracción. Utilice las características carga-alargamiento tabuladas para contestar a las preguntas (a) a (g)

Carga		Longitud	
lb _f	N	pulg.	mm
2850	12700	2,001	50825
5710	25400	2,002	50851
8560	38100	2,003	50876
11400	50800	2,004	50902
17100	76200	2,006	50952
20000	89100	2,008	51003
20800	92700	2,010	51054
23000	102500	2,015	51181
24200	107800	2,020	51308

Carga		Longitud	
lb _f	N	pulg.	mm
26800	119400	2,030	51562
28800	128300	2,040	51816
33650	149700	2,080	52832
35750	159000	2,120	53848
36000	160400	2,140	54356
35850	159500	2,160	54864
34050	151500	2,200	55880
28000	124700	2,230	56642
Fractura			

- Represente los datos tensión nominal frente a deformación real.
- Calcule el módulo de elasticidad.
- Determine el límite elástico para una deformación del 0,002.
- Determine la resistencia a la tracción de esta aleación.
- ¿Cuánto vale aproximadamente la ductilidad, en alargamiento relativo?

- (f) Calcule el módulo de resiliencia.
 (g) Determine una tensión de trabajo apropiada para este material.
- 6.28** Una probeta de magnesio con una sección rectangular de dimensiones 3,2 mm × 19,1 mm (1/8 pulg. × 3/4 pulg.) es deformada a tracción. Usando los datos tabulados de carga-alargamiento, resolver las cuestiones planteadas desde la (a) a la (g)

Carga		Longitud	
<i>lb_f</i>	<i>N</i>	<i>pulg.</i>	<i>mm</i>
0	0	2,500	63,50
310	1380	2,501	63,53
625	2780	2,503	63,58
1265	5630	2,505	63,63
1670	7430	2,508	63,70
1830	8140	2,510	63,75
2220	9870	2,525	64,14
2890	12850	2,575	65,41
3170	14100	2,625	66,68
3225	14340	2,675	67,95
3110	13830	2,725	69,22
2810	12500	2,775	70,49
Fractura			

- (a) Representar los datos en términos de tensión nominal frente a deformación nominal.
 (b) Calcular el módulo de elasticidad.
 (c) Determinar el límite elástico para una deformación de 0,002.
 (d) Determinar la resistencia a tracción de la aleación.
 (e) Calcular el módulo de resiliencia.
 (f) ¿Cuánto vale la ductilidad, en tanto por ciento de alargamiento relativo?
 (g) Determinar la tensión de trabajo para este material.
- 6.29** Una probeta cilíndrica de un metal con un diámetro original de 12,8 mm (0,505 pulg.) y longitud de prueba de 50,80 mm (2,00 pulg.) es estirado a tracción hasta que ocurre la fractura. El diámetro en el punto de la fractura es 6,60 mm (0,260 pulg.), y la longitud de prueba es 72,14 mm (2,840 pulg.). Calcular la ductilidad en términos de reducción de área y el alargamiento relativo.
- 6.30** Calcular el módulo de resiliencia para los materiales que tienen las curvas tensión-deformación mostrados en las Figuras 6.11 y 6.20.
- 6.31** Determinar el módulo de resiliencia para cada uno de las siguientes aleaciones:
 Utilizar los módulos de elasticidad de la Tabla 6.1.

Aleación	Límite elástico [psi (MPa)]
Acero	120 000 (830)
Latón	55 000 (380)
Aluminio	40 000 (275)
Titanio	100 000 (690)

- 6.32 Para que un acero pueda ser utilizado como resorte debe tener un módulo de resiliencia de por lo menos 2,07 MPa (300 psi). ¿Cuál debe ser su mínimo límite elástico?
- 6.33 (a) Dibuje de forma esquemática la curva esfuerzo real-deformación de un metal.
 (b) Superponga en este gráfico una curva esquemática tensión real de compresión-deformación para la misma aleación. Explique las diferencias que pueda haber con la curva de la parte (a)
 (c) Ahora superponga un diagrama esquemático esfuerzo de compresión real frente a deformación para esta misma aleación, y explique cualquier diferencia entre esta curva y la de la parte (b)
- 6.34 Demostrar que las Ecuaciones 6.17a y 6.17b son válidas cuando no hay cambio de volumen durante la deformación.
- 6.35 Demostrar que en la Ecuación 6.15, la expresión que define la deformación real, también puede ser representada por

$$\epsilon_T = \ln \left(\frac{A_0}{A_i} \right)$$

cuando el volumen de la probeta permanece constante durante la deformación. ¿Cuál de estas dos expresiones es más válida durante la formación de la estricción? ¿Por qué?

- 6.36 Usando los datos del Problema 6.27 y las Ecuaciones 6.14, 6.15 y 6.17a, generar una curva tensión real-deformación real para el aluminio. La Ecuación 6.17a no es válida pasado el punto en el cual empieza a formarse la estricción; por tanto, los diámetros medidos para los últimos cuatro puntos, los cuales deben ser usados en los cálculos de la tensión real se dan en la tabla adjunta.

Carga		Longitud		Diámetro	
lb _f	N	pulg.	mm	pulg.	mm
35 850	159 500	2,160	54,864	0,481	12,22
34 050	151 500	2,200	55,880	0,464	11,80
28 000	124 700	2,230	56,642	0,419	10,65

- 6.37 En una probeta metálica se realiza un ensayo de tracción, y se encuentra que se produce una deformación plástica real de 0,2 cuando se aplica una tensión real de 575 MPa (83 500 psi); para el mismo metal, el valor de K en la Ecuación 6.18 es 860 MPa (125 000 psi). Calcular la deformación real que resulta de la aplicación de una tensión real de 600 MPa (87 000 psi).
- 6.38 Para una aleación metálica, una tensión real de 345 MPa (50 000 psi) produce una deformación plástica real de 0,02. ¿Cuánto se alargará una probeta de este material cuando se aplique una tensión real de 415 MPa (60 000 psi) si la longitud inicial es de 500 mm (20 pulg.)? Suponga un valor de 0,22 para el exponente n de endurecimiento por deformación.
- 6.39 Las siguientes tensiones reales producen las siguientes deformaciones plásticas reales para una aleación de latón:

$\sigma_T(\text{psi})$	ϵ_T
60 000	0,15
70 000	0,25

¿Qué tensión real es necesaria para producir una deformación plástica real de 0,25?

- 6.40 Para un latón, las siguientes tensiones nominales producen, antes de la estricción, las deformaciones plásticas nominales que se indican:

<i>Tensión nominal (MPa)</i>	<i>Deformación nominal</i>
315	0,105
340	0,220

Basándose en esta información, calcule la tensión nominal necesaria para producir una deformación nominal de 0,28.

- 6.41 Determinar la tenacidad (o sea, la energía para causar la fractura) para un metal que experimenta tanto deformación elástica como plástica. En la Ecuación 6.4 para la deformación elástica suponga que el módulo de elasticidad es 25×10^6 psi ($17,2 \times 10^4$ MPa), y que la deformación elástica termina para una deformación de 0,01. Para la deformación plástica, suponga que la relación entre la tensión y la deformación se describe por medio de la Ecuación 6.18, en la cual los valores de K y n son 6000 MPa (10^6 psi) y 0,30, respectivamente. Además, la deformación plástica ocurre entre valores de la deformación de 0,01 y 0,75, en cuyo punto ocurre la fractura.
- 6.42 Para un ensayo de tracción, se puede demostrar que la estricción empieza cuando

$$\frac{d\sigma_T}{d\epsilon_T} = \sigma_T \quad (6.24)$$

Utilizando la Ecuación 6.18, determinar el valor de la deformación real al comienzo de la formación de la estricción.

- 6.43 Tomando el logaritmo de ambos miembros de la Ecuación 6.18 se tiene

$$\log \sigma_T = \log K + n \log \epsilon_T \quad (6.25)$$

Así, un diagrama de $\log \sigma_T$ frente a $\log \epsilon_T$ en la región plástica hasta el punto de la estricción debe producir una línea recta de pendiente n y una intersección (para $\log \sigma_T = 0$) de $\log K$.

Utilizando los datos tabulados apropiados del Problema 6.27, trazar un diagrama de $\log \sigma_T$ frente a $\log \epsilon_T$ y determinar los valores de n y K . Será necesario convertir tensiones y deformaciones en tensiones y deformaciones reales utilizando las Ecuaciones 6.17a y 6.17b.

- 6.44 Una probeta cilíndrica de latón de 10,0 mm (0,39 pulg.) de diámetro y 120,0 mm (4,72 pulg.) de longitud es estirada a tracción con una fuerza de 11 750 N (2640 lb_f); a continuación, la fuerza es retirada.
- (a) Calcular la longitud final de la probeta en ese momento. La curva tensión-deformación de esta aleación se muestra en la Figura 6.11.
- (b) Calcular la longitud final de la probeta cuando la carga aumenta a 23 500 N (5280 lb_f) y después es retirada.
- 6.45 Una probeta de latón tiene una sección rectangular de dimensiones 12,7 mm $\times$ 6,4 mm (0,50 pulg. $\times$ 0,25 pulg.) y la curva de tracción se muestra en la Figura 6.11. Si esta probeta es sometida a una fuerza de tracción de 4500 lb_f (20 000 N), entonces
- (a) Determinar los valores de las deformaciones elásticas y plásticas cuando la carga es retirada completamente.

- (b) Si la longitud original es de 610,0 mm (24,0 pulg.), ¿cuál será su longitud final después que la fuerza en la parte (a) ha sido aplicada y después retirada?
- 6.46 (a) Un penetrador Brinell de 10 mm de diámetro produjo una huella de 2,50 mm de diámetro en un acero cuando se aplicó una carga de 1000 kg. Calcular la dureza Brinell de este material.
- (b) ¿Cuál será el diámetro de una huella que produzca una dureza Brinell de 300 cuando se aplique una carga de 500 kg?
- 6.47 Estimar las durezas Brinell y Rockwell en los casos siguientes:
- (a) Latón naval para el cual la curva de tracción se muestra en la Figura 6.11.
- (b) El acero para el cual la curva de tracción se muestra en la Figura 6.20.
- 6.48 Utilizando los datos representados en la Figura 6.18, especificar las ecuaciones que relacionan la resistencia a tracción y la dureza Brinell para el latón y la fundición nodular, similares a las Ecuaciones 6.19a y 6.19b para los aceros.
- 6.49 Citar cinco factores que conducen a la dispersión de las propiedades medidas de los materiales.
- 6.50 Más abajo están tabulados los valores de la dureza Rockwell tipo G que fueron medidos en una probeta de latón. Calcular el valor medio y la desviación estándar de los valores de la dureza.

47,3	48,7	47,1
52,1	50,0	50,4
45,6	46,2	45,9
49,9	48,3	46,4
47,6	51,1	48,5
50,4	46,7	49,7

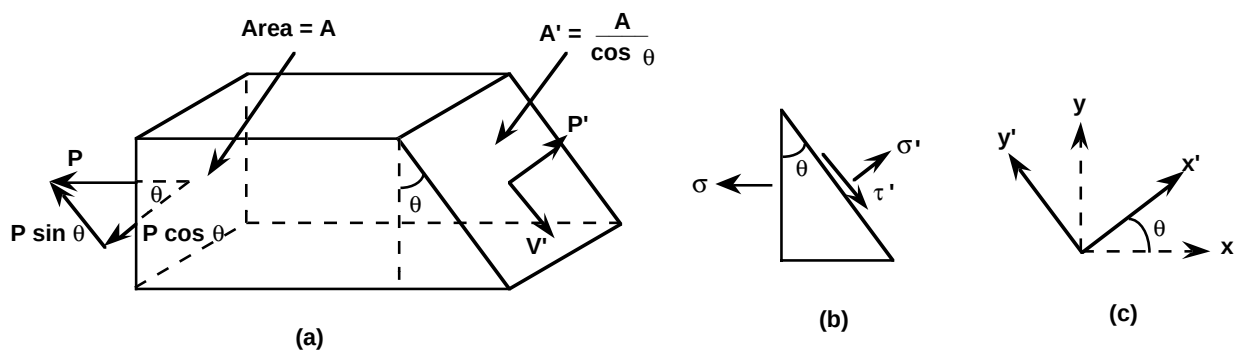
- 6.51 ¿En qué tres criterios se basan los factores de seguridad?
- 6.52 Determinar las tensiones de trabajo para las dos aleaciones cuyas curvas de tracción se muestran en las Figuras 6.11 y 6.20.
- 6.53 Una torre muy grande tiene que ser soportada por una serie de cables de acero. Se estima que la carga sobre cada cable será 3000 lb_f (13300 N). Determinar el diámetro mínimo requerido suponiendo un factor de seguridad de 2 y un límite elástico de 860 MPa (125000 psi) para el acero.

CHAPTER 6

MECHANICAL PROPERTIES OF METALS

PROBLEM SOLUTIONS

- 6.1 This problem asks that we derive Equations (6.4a) and (6.4b), using mechanics of materials principles. In Figure (a) below is shown a block element of material of cross-sectional area A that is subjected to a tensile force P . Also represented is a plane that is oriented at an angle θ referenced to the plane perpendicular to the tensile axis; the area of this plane is $A' = A/\cos \theta$. In addition, and the forces normal and parallel to this plane are labeled as P' and V' , respectively. Furthermore, on the left-hand side of this block element are shown force components that are tangential and perpendicular to the inclined plane. In Figure (b) are shown the orientations of the applied stress σ , the normal stress to this plane σ' , as well as the shear stress τ' taken parallel to this inclined plane. In addition, two coordinate axis systems in represented in Figure (c): the primed x and y axes are referenced to the inclined plane, whereas the unprimed x axis is taken parallel to the applied stress.



Normal and shear stresses are defined by Equations (6.1) and (6.3), respectively. However, we now chose to express these stresses in terms (i.e., general terms) of normal and shear forces (P and V) as

$$\sigma = \frac{P}{A}$$

$$\tau = \frac{V}{A}$$

For static equilibrium in the x' direction the following condition must be met:

$$\Sigma F_{x'} = 0$$

which means that

$$P' - P \cos \theta = 0$$

Or that

$$P' = P \cos \theta$$

Now it is possible to write an expression for the stress σ' in terms of P' and A' using the above expression and the relationship between A and A' [Figure (a)]:

$$\begin{aligned}\sigma' &= \frac{P'}{A'} \\ &= \frac{P \cos \theta}{\frac{A}{\cos \theta}} = \frac{P}{A} \cos^2 \theta\end{aligned}$$

However, it is the case that $P/A = \sigma$; and, after make this substitution into the above expression, we have Equation (6.4a)--that is

$$\sigma' = \sigma \cos^2 \theta$$

Now, for static equilibrium in the y' direction, it is necessary that

$$\Sigma F_{y'} = 0$$

$$= -V' + P \sin \theta$$

Or

$$V' = P \sin \theta$$

We now write an expression for τ' as

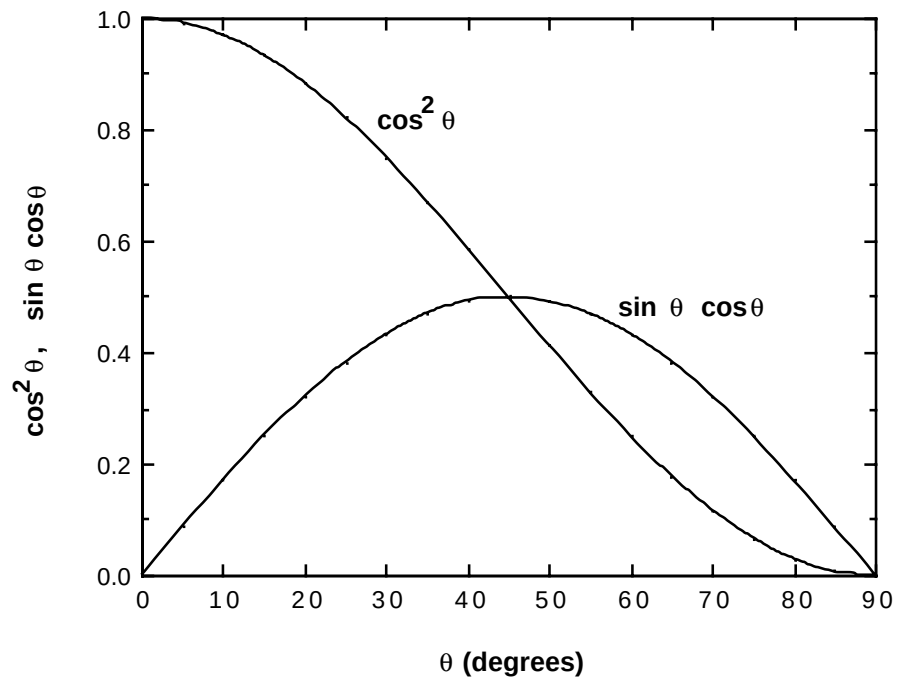
$$\tau' = \frac{V'}{A'}$$

And, substitution of the above equation for V' and also the expression for A' gives

$$\begin{aligned}\tau' &= \frac{V'}{A'} \\ &= \frac{P \sin \theta}{\frac{A}{\cos \theta}} \\ &= \frac{P}{A} \sin \theta \cos \theta \\ &= \sigma \sin \theta \cos \theta\end{aligned}$$

which is just Equation (6.4b).

6.2 (a) Below are plotted curves of $\cos^2 \theta$ (for σ') and $\sin \theta \cos \theta$ (for τ') versus θ .



(b) The maximum normal stress occurs at an inclination angle of 0° .

(c) The maximum shear stress occurs at an inclination angle of 45° .

- 6.3 This problem calls for us to calculate the elastic strain that results for an aluminum specimen stressed in tension. The cross-sectional area is just $(10 \text{ mm}) \times (12.7 \text{ mm}) = 127 \text{ mm}^2 (= 1.27 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 0.20 \text{ in.}^2)$; also, the elastic modulus for Al is given in Table 6.1 as 69 GPa (or $69 \times 10^9 \text{ N/m}^2$). Combining Equations (6.1) and (6.5) and solving for the strain yields

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{F}{A_0 E} = \frac{35500 \text{ N}}{(1.27 \times 10^{-4} \text{ m}^2)(69 \times 10^9 \text{ N/m}^2)} = 4.1 \times 10^{-3}$$

- 6.4 We are asked to compute the maximum length of a cylindrical titanium alloy specimen that is deformed elastically in tension. For a cylindrical specimen

$$A_0 = \pi \left(\frac{d_0}{2} \right)^2$$

where d_0 is the original diameter. Combining Equations (6.1), (6.2), and (6.5) and solving for l_0 leads to

$$\begin{aligned} l_0 &= \frac{E \pi d_0^2 \Delta l}{4F} \\ &= \frac{(107 \times 10^9 \text{ N/m}^2)(\pi)(3.8 \times 10^{-3} \text{ m})^2(0.42 \times 10^{-3} \text{ m})}{(4)(2000 \text{ N})} \\ &= 0.25 \text{ m} = 250 \text{ mm} \text{ (10 in.)} \end{aligned}$$

- 6.5 This problem asks us to compute the elastic modulus of steel. For a square cross-section, $A_0 = b_0^2$, where b_0 is the edge length. Combining Equations (6.1), (6.2), and (6.5) and solving for E , leads to

$$\begin{aligned} E &= \frac{F l_0}{b_0^2 \Delta l} = \frac{(89000 \text{ N})(100 \times 10^{-3} \text{ m})}{(20 \times 10^{-3} \text{ m})^2(0.10 \times 10^{-3} \text{ m})} \\ &= 223 \times 10^9 \text{ N/m}^2 = 223 \text{ GPa} \text{ (31.3} \times 10^6 \text{ psi)} \end{aligned}$$

6.6 In order to compute the elongation of the Ti wire when the 500 N load is applied we must employ Equations (6.1), (6.2), and (6.5). Solving for Δl and realizing that for Ti, $E = 107 \text{ GPa}$ (Table 6.1),

$$\Delta l = \frac{Fl_o}{EA_o} = \frac{Fl_o}{E\pi\left(\frac{d_o}{2}\right)^2}$$

$$= \frac{(4)(500 \text{ N})(25 \text{ m})}{\pi(107 \times 10^9 \text{ N/m}^2)(3 \times 10^{-3} \text{ m})^2} = 0.0165 \text{ m} = 16.5 \text{ mm} (0.65 \text{ in.})$$

6.7 (a) This portion of the problem calls for a determination of the maximum load that can be applied without plastic deformation (F_y). Taking the yield strength to be 275 MPa, and employment of Equation (6.1) leads to

$$F_y = \sigma_y A_o = (275 \times 10^6 \text{ N/m}^2)(325 \times 10^{-6} \text{ m}^2)$$

$$= 89,375 \text{ N} (20,000 \text{ lb}_f)$$

(b) The maximum length to which the sample may be deformed without plastic deformation is determined from Equations (6.2) and (6.5) as

$$l_i = l_o \left(1 + \frac{\sigma}{E}\right)$$

$$= (115 \text{ mm}) \left[1 + \frac{275 \text{ MPa}}{115 \times 10^3 \text{ MPa}}\right] = 115.28 \text{ mm} (4.51 \text{ in.})$$

Or

$$\Delta l = l_i - l_o = 115.28 \text{ mm} - 115.00 \text{ mm} = 0.28 \text{ mm} (0.01 \text{ in.})$$

6.8 This problem asks us to compute the diameter of a cylindrical specimen to allow an elongation of 0.50 mm. Employing Equations (6.1), (6.2), and (6.5), assuming that deformation is entirely elastic

$$\sigma = \frac{F}{A_0} = \frac{F}{\pi \left(\frac{d_0^2}{4} \right)} = E \frac{\Delta l}{l_0}$$

Or

$$\begin{aligned} d_0 &= \sqrt{\frac{4l_0 F}{\pi E \Delta l}} \\ &= \sqrt{\frac{(4)(380 \times 10^{-3} \text{ m})(6660 \text{ N})}{(\pi)(110 \times 10^9 \text{ N/m}^2)(0.5 \times 10^{-3} \text{ m})}} \\ &= 7.65 \times 10^{-3} \text{ m} = 7.65 \text{ mm} \quad (0.30 \text{ in.}) \end{aligned}$$

- 6.9 This problem asks that we calculate the elongation Δl of a specimen of steel the stress-strain behavior of which is shown in Figure 6.21. First it becomes necessary to compute the stress when a load of 23,500 N is applied as

$$\sigma = \frac{F}{A_0} = \frac{F}{\pi \left(\frac{d_0}{2} \right)^2} = \frac{23500 \text{ N}}{\pi \left(\frac{10 \times 10^{-3} \text{ m}}{2} \right)^2} = 300 \text{ MPa} \quad (44,400 \text{ psi})$$

Referring to Figure 6.21, at this stress level we are in the elastic region on the stress-strain curve, which corresponds to a strain of 0.0013. Now, utilization of Equation (6.2) yields

$$\Delta l = \epsilon l_0 = (0.0013)(75 \text{ mm}) = 0.10 \text{ mm} \quad (0.004 \text{ in.})$$

- 6.10 (a) This portion of the problem asks that the tangent modulus be determined for the gray cast iron, the stress-strain behavior of which is shown in Figure 6.22. The slope (i.e., $\Delta\sigma/\Delta\epsilon$) of a secant drawn through this curve at 35 MPa (5000 psi) is about 100 GPa (15×10^6 psi).
 (b) The tangent modulus taken from the origin is calculated by taking the slope of the curve at the origin, which is approximately 130 GPa (19.5×10^6 psi).

- 6.11 We are asked, using the equation given in the problem, to verify that the modulus of elasticity values along [110] directions given in Table 3.3 for aluminum, copper, and iron are correct. The α , β , and γ parameters in the equation correspond, respectively, to the cosines of the angles between the [110] direction and [100], [010] and [001] directions. Since these angles are 45° ,

45°, and 90°, the values of α , β , and γ are 0.707, 0.707, and 0, respectively. Thus, the given equation takes the form

$$\begin{aligned} & \frac{1}{E_{\langle 110 \rangle}} \\ &= \frac{1}{E_{\langle 100 \rangle}} - 3 \left(\frac{1}{E_{\langle 100 \rangle}} - \frac{1}{E_{\langle 111 \rangle}} \right) \left[(0.707)^2 (0.707)^2 + (0.707)^2 (0)^2 + (0)^2 (0.707)^2 \right] \\ &= \frac{1}{E_{\langle 100 \rangle}} - (0.75) \left(\frac{1}{E_{\langle 100 \rangle}} - \frac{1}{E_{\langle 111 \rangle}} \right) \end{aligned}$$

Utilizing the values of $E_{\langle 100 \rangle}$ and $E_{\langle 111 \rangle}$ from Table 3.3 for Al

$$\frac{1}{E_{\langle 110 \rangle}} = \frac{1}{63.7 \text{ GPa}} - (0.75) \left[\frac{1}{63.7 \text{ GPa}} - \frac{1}{76.1 \text{ GPa}} \right]$$

Thus, $E_{\langle 110 \rangle} = 72.6 \text{ GPa}$, which is the value given in the table.

For Cu,

$$\frac{1}{E_{\langle 110 \rangle}} = \frac{1}{66.7 \text{ GPa}} - (0.75) \left[\frac{1}{66.7 \text{ GPa}} - \frac{1}{191.1 \text{ GPa}} \right]$$

from which $E_{\langle 110 \rangle} = 130.3 \text{ GPa}$, which is the value given in the table.

Similarly, for Fe

$$\frac{1}{E_{\langle 110 \rangle}} = \frac{1}{125.0 \text{ GPa}} - (0.75) \left[\frac{1}{125.0 \text{ GPa}} - \frac{1}{272.7 \text{ GPa}} \right]$$

and $E_{\langle 110 \rangle} = 210.5 \text{ GPa}$, which is also the value given in the table.

6.12 This problem asks that we derive an expression for the dependence of the modulus of elasticity, E , on the parameters A , B , and n in Equation (6.25). It is first necessary to take dE_N/dr in order to obtain an expression for the force F ; this is accomplished as follows:

$$F = \frac{dE_N}{dr} = \frac{d\left(-\frac{A}{r}\right)}{dr} + \frac{d\left(\frac{B}{r^n}\right)}{dr}$$

$$= \frac{A}{r^2} - \frac{nB}{r^{(n+1)}}$$

The second step is to set this dE_N/dr expression equal to zero and then solve for r ($= r_o$). The algebra for this procedure is carried out in Problem 2.13, with the result that

$$r_o = \left(\frac{A}{nB}\right)^{1/(1-n)}$$

Next it becomes necessary to take the derivative of the force (dF/dr), which is accomplished as follows:

$$\frac{dF}{dr} = \frac{d\left(\frac{A}{r^2}\right)}{dr} + \frac{d\left(-\frac{nB}{r^{(n+1)}}\right)}{dr}$$

$$= -\frac{2A}{r^3} + \frac{(n)(n+1)B}{r^{(n+2)}}$$

Now, substitution for r_o into this equation yields

$$\left(\frac{dF}{dr}\right)_{r_o} = -\frac{2A}{\left(\frac{A}{nB}\right)^{3/(1-n)}} + \frac{(n)(n+1)B}{\left(\frac{A}{nB}\right)^{(n+2)/(1-n)}}$$

which is the expression to which the modulus of elasticity is proportional.

6.13 This problem asks that we rank the magnitudes of the moduli of elasticity of the three hypothetical metals X, Y, and Z. From Problem 6.12, it was shown for materials in which the bonding energy is dependent on the interatomic distance r according to Equation (6.25), that the modulus of elasticity E is proportional to

$$E \propto -\frac{2A}{\left(\frac{A}{nB}\right)^{3/(1-n)}} + \frac{(n)(n+1)B}{\left(\frac{A}{nB}\right)^{(n+2)/(1-n)}}$$

For metal X, **A** = 2.5, **B** = 2×10^{-5} , and **n** = 8. Therefore,

$$E \propto - \frac{(2)(2.5)}{\left[\frac{2.5}{(8)(2 \times 10^{-5})} \right]^{3/(1-8)}} + \frac{(8)(8+1)(2 \times 10^{-5})}{\left[\frac{2.5}{(8)(2 \times 10^{-5})} \right]^{(8+2)/(1-8)}}$$

$$= 1097$$

For metal Y, **A** = 2.3, **B** = 8×10^{-6} , and **n** = 10.5. Hence

$$E \propto - \frac{(2)(2.3)}{\left[\frac{2.3}{(10.5)(8 \times 10^{-6})} \right]^{3/(1-10.5)}} + \frac{(10.5)(10.5+1)(8 \times 10^{-6})}{\left[\frac{2.3}{(10.5)(8 \times 10^{-6})} \right]^{(10.5+2)/(1-10.5)}}$$

$$= 551$$

And, for metal Z, **A** = 3.0, **B** = 1.5×10^{-5} , and **n** = 9. Thus

$$E \propto - \frac{(2)(3.0)}{\left[\frac{3.0}{(9)(1.5 \times 10^{-5})} \right]^{3/(1-9)}} + \frac{(9)(9+1)(1.5 \times 10^{-5})}{\left[\frac{3.0}{(9)(1.5 \times 10^{-5})} \right]^{(9+2)/(1-9)}}$$

$$= 1024$$

Therefore, metal X has the highest modulus of elasticity.

6.14 (a) We are asked, in this portion of the problem, to determine the elongation of a cylindrical specimen of aluminum. Using Equations (6.1), (6.2), and (6.5)

$$\frac{F}{\pi \left(\frac{d_0^2}{4} \right)} = E \frac{\Delta l}{l_0}$$

Or

$$\Delta l = \frac{4Fl_0}{\pi d_0^2 E}$$

$$= \frac{(4)(48800 \text{ N})(200 \times 10^{-3} \text{ m})}{(\pi)(19 \times 10^{-3} \text{ m})^2(69 \times 10^9 \text{ N/m}^2)} = 0.50 \text{ mm (0.02 in.)}$$

(b) We are now called upon to determine the change in diameter, Δd . Using Equation (6.8)

$$\nu = -\frac{\epsilon_x}{\epsilon_y} = -\frac{\Delta d/d_o}{\Delta l/l_o}$$

From Table 6.1, for Al, $\nu = 0.33$. Now, solving for Δd yields

$$\begin{aligned}\Delta d &= -\frac{\nu \Delta l d_o}{l_o} = -\frac{(0.33)(0.50 \text{ mm})(19 \text{ mm})}{200 \text{ mm}} \\ &= -1.6 \times 10^{-2} \text{ mm } (-6.2 \times 10^{-4} \text{ in.})\end{aligned}$$

The diameter will decrease.

6.15 This problem asks that we calculate the force necessary to produce a reduction in diameter of $3 \times 10^{-3} \text{ mm}$ for a cylindrical bar of steel. Combining Equations (6.1), (6.5), and (6.8), realizing that

$$A_o = \frac{\pi d_o^2}{4} \text{ and } \epsilon_x = \frac{\Delta d}{d_o}$$

and solving for F leads to

$$F = -\frac{d_o \Delta d \pi E}{4 \nu}$$

From Table (6.1), for steel, $\nu = 0.30$ and $E = 207 \text{ GPa}$. Thus,

$$\begin{aligned}F &= -\frac{(10 \times 10^{-3} \text{ m})(-3.0 \times 10^{-6} \text{ m})(\pi)(207 \times 10^9 \text{ N/m}^2)}{(4)(0.30)} \\ &= 16,250 \text{ N (3770 lb}_f\text{)}\end{aligned}$$

6.16 This problem asks that we compute Poisson's ratio for the metal alloy. From Equations (6.5) and (6.1)

$$\epsilon_z = \frac{\sigma}{E} = \frac{F/A_0}{E} = \frac{F}{\pi \left(\frac{d_0}{2}\right)^2 E} = \frac{4F}{\pi d_0^2 E}$$

Since the transverse strain ϵ_x is just

$$\epsilon_x = \frac{\Delta d}{d_0}$$

and Poisson's ratio is defined by Equation (6.8) then

$$\begin{aligned} \nu &= -\frac{\epsilon_x}{\epsilon_y} = -\frac{\Delta d/d_0}{\left(\frac{4F}{\pi d_0^2 E}\right)} = -\frac{d_0 \Delta d \pi E}{4F} \\ &= -\frac{(8 \times 10^{-3} \text{ m})(-5 \times 10^{-6} \text{ m})(\pi)(140 \times 10^9 \text{ N/m}^2)}{(4)(15,700 \text{ N})} = 0.280 \end{aligned}$$

6.17 This problem asks that we compute the original length of a cylindrical specimen that is stressed in compression. It is first convenient to compute the lateral strain ϵ_x as

$$\epsilon_x = \frac{\Delta d}{d_0} = \frac{20.025 \text{ mm} - 20.000 \text{ mm}}{20.000 \text{ mm}} = 1.25 \times 10^{-3}$$

In order to determine the longitudinal strain ϵ_z we need Poisson's ratio, which may be computed using Equation (6.9); solving for ν yields

$$\nu = \frac{E}{2G} - 1 = \frac{105 \times 10^3 \text{ MPa}}{(2)(39.7 \times 10^3 \text{ MPa})} - 1 = 0.322$$

Now ϵ_z may be computed from Equation (6.8) as

$$\epsilon_z = -\frac{\epsilon_x}{\nu} = -\frac{1.25 \times 10^{-3}}{0.322} = -3.88 \times 10^{-3}$$

Now solving for I_0 using Equation (6.2)

$$l_0 = \frac{l_i}{1 + \epsilon_z}$$

$$= \frac{74.96 \text{ mm}}{1 - 3.88 \times 10^{-3}} = 75.25 \text{ mm}$$

6.18 This problem asks that we calculate the modulus of elasticity of a metal that is stressed in tension. Combining Equations (6.5) and (6.1) leads to

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_z} = \frac{F/A_0}{\epsilon_z} = \frac{F}{\epsilon_z \pi \left(\frac{d_0}{2}\right)^2} = \frac{4F}{\epsilon_z \pi d_0^2}$$

From the definition of Poisson's ratio, [Equation (6.8)] and realizing that for the transverse strain, $\epsilon_x = \frac{\Delta d}{d_0}$

$$\epsilon_z = -\frac{\epsilon_x}{\nu} = -\frac{\Delta d}{d_0 \nu}$$

Therefore, substitution of this expression for ϵ_z into the above equation yields

$$E = \frac{4F}{\epsilon_z \pi d_0^2} = \frac{4F \nu}{\pi d_0 \Delta d}$$

$$= \frac{(4)(1000 \text{ N})(0.30)}{\pi(8 \times 10^{-3} \text{ m})(2.8 \times 10^{-7} \text{ m})} = 1.705 \times 10^{11} \text{ Pa} = 170.5 \text{ GPa} \quad (24.7 \times 10^6 \text{ psi})$$

6.19 We are asked to ascertain whether or not it is possible to compute, for brass, the magnitude of the load necessary to produce an elongation of 7.6 mm (0.30 in.). It is first necessary to compute the strain at yielding from the yield strength and the elastic modulus, and then the strain experienced by the test specimen. Then, if

$$\epsilon(\text{test}) < \epsilon(\text{yield})$$

deformation is elastic, and the load may be computed using Equations (6.1) and (6.5). However, if

$$\epsilon(\text{test}) > \epsilon(\text{yield})$$

computation of the load is not possible inasmuch as deformation is plastic and we have neither a stress-strain plot nor a mathematical expression relating plastic stress and strain. We compute these two strain values as

$$\epsilon(\text{test}) = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{7.6 \text{ mm}}{250 \text{ mm}} = 0.03$$

and

$$\epsilon(\text{yield}) = \frac{\sigma_y}{E} = \frac{275 \text{ MPa}}{103 \times 10^3 \text{ MPa}} = 0.0027$$

Therefore, computation of the load is not possible as already explained.

- 6.20 (a) This part of the problem asks that we ascertain which of the metals in Table 6.1 experience an elongation of less than 0.072 mm when subjected to a stress of 50 MPa. The maximum strain which may be sustained is just

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{0.072 \text{ mm}}{150 \text{ mm}} = 4.8 \times 10^{-4}$$

Since the stress level is given, using Equation (6.5) it is possible to compute the minimum modulus of elasticity which is required to yield this minimum strain. Hence

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{50 \text{ MPa}}{4.8 \times 10^{-4}} = 104.2 \text{ GPa}$$

Which means that those metals with moduli of elasticity greater than this value are acceptable candidates--namely, Cu, Ni, steel, Ti and W.

- (b) This portion of the problem further stipulates that the maximum permissible diameter decrease is 2.3×10^{-3} mm. Thus, the maximum possible lateral strain ϵ_x is just

$$\epsilon_x = \frac{\Delta d}{d_0} = \frac{-2.3 \times 10^{-3} \text{ mm}}{15.0 \text{ mm}} = -1.53 \times 10^{-4}$$

Since we now have maximum permissible values for both axial and lateral strains, it is possible to determine the maximum allowable value for Poisson's ratio using Equation (6.8). Thus

$$\nu = -\frac{\epsilon_x}{\epsilon_z} = -\frac{-1.53 \times 10^{-4}}{4.8 \times 10^{-4}} = 0.319$$

Or, the value of Poisson's ratio must be less than 0.319. Of the metals in Table 6.1, only steel, Ni, and W meet both of these criteria.

- 6.21 (a) This portion of the problem asks that we compute the elongation of the brass specimen. The first calculation necessary is that of the applied stress using Equation (6.1), as

$$\sigma = \frac{F}{A_0} = \frac{F}{\pi \left(\frac{d_0}{2} \right)^2} = \frac{5000 \text{ N}}{\pi \left(\frac{6 \times 10^{-3} \text{ m}}{2} \right)^2} = 177 \text{ MPa (25,000 psi)}$$

From the stress-strain plot in Figure 6.12, this stress corresponds to a strain of about 2.0×10^{-3} . From the definition of strain, Equation (6.2)

$$\Delta l = \epsilon l_0 = (2.0 \times 10^{-3})(50 \text{ mm}) = 0.10 \text{ mm (4} \times 10^{-3} \text{ in.)}$$

- (b) In order to determine the reduction in diameter Δd , it is necessary to use Equation (6.8) and the definition of lateral strain (i.e., $\epsilon_x = \Delta d/d_0$) as follows

$$\begin{aligned} \Delta d &= d_0 \epsilon_x = -d_0 \nu \epsilon_z = -(6 \text{ mm})(0.30)(2.0 \times 10^{-3}) \\ &= -3.6 \times 10^{-3} \text{ mm (-1.4} \times 10^{-4} \text{ in.)} \end{aligned}$$

- 6.22 Elastic deformation is time-independent and nonpermanent, anelastic deformation is time-dependent and nonpermanent, while plastic deformation is permanent.
- 6.23 This problem asks that we assess the four alloys relative to the two criteria presented. The first criterion is that the material not experience plastic deformation when the tensile load of 27,500 N is applied; this means that the stress corresponding to this load not exceed the yield strength of the material. Upon computing the stress

$$\sigma = \frac{F}{A_0} = \frac{F}{\pi \left(\frac{d_0}{2} \right)^2} = \frac{27500 \text{ N}}{\pi \left(\frac{10 \times 10^{-3} \text{ m}}{2} \right)^2} = 350 \times 10^6 \text{ N/m}^2 = 350 \text{ MPa}$$

Of the alloys listed in the table, the Ti and steel alloys have yield strengths greater than 350 MPa.

Relative to the second criterion, it is necessary to calculate the change in diameter Δd for these two alloys. From Equation (6.8)

$$\nu = -\frac{\epsilon_x}{\epsilon_z} = -\frac{\Delta d/d_0}{\sigma/E}$$

Now, solving for Δd from this expression,

$$\Delta d = -\frac{\nu \sigma d_0}{E}$$

For the steel alloy

$$\Delta d = -\frac{(0.27)(350 \text{ MPa})(10 \text{ mm})}{207 \times 10^3 \text{ MPa}} = -4.57 \times 10^{-3} \text{ mm}$$

Therefore, the steel is a candidate.

For the Ti alloy

$$\Delta d = -\frac{(0.36)(350 \text{ MPa})(10 \text{ mm})}{107 \times 10^3 \text{ MPa}} = -11.8 \times 10^{-3} \text{ mm}$$

Therefore, the Ti alloy is not acceptable.

6.24 This problem asks that we ascertain which of four metal alloys will not 1) experience plastic deformation, and 2) elongate more than 0.9 mm when a tensile load is applied. It is first necessary to compute the stress using Equation (6.1); a material to be used for this application must necessarily have a yield strength greater than this value. Thus,

$$\sigma = \frac{F}{A_0} = \frac{24500 \text{ N}}{\pi \left(\frac{10 \times 10^{-3} \text{ m}}{2} \right)^2} = 312 \text{ MPa}$$

Of the metal alloys listed, only brass and steel have yield strengths greater than this stress.

Next, we must compute the elongation produced in both brass and steel using Equations (6.2) and (6.5) in order to determine whether or not this elongation is less than 0.9 mm. For brass

$$\Delta l = \frac{\sigma l_0}{E} = \frac{(312 \text{ MPa})(380 \text{ mm})}{100 \times 10^3 \text{ MPa}} = 1.19 \text{ mm}$$

Thus, brass is not a candidate. However, for steel

$$\Delta l = \frac{\sigma l_0}{E} = \frac{(312 \text{ MPa})(380 \text{ mm})}{207 \times 10^3 \text{ MPa}} = 0.57 \text{ mm}$$

Therefore, of these four alloys, only steel satisfies the stipulated criteria.

6.25 Using the stress-strain plot for a steel alloy (Figure 6.21), we are asked to determine several of its mechanical characteristics.

(a) The elastic modulus is just the slope of the initial linear portion of the curve; or, from the inset and using Equation (6.10)

$$E = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\epsilon_2 - \epsilon_1} = \frac{(300 - 0) \text{ MPa}}{(1.20 \times 10^{-3} - 0)} = 250 \times 10^3 \text{ MPa} = 250 \text{ GPa} \quad (36.3 \times 10^6 \text{ psi})$$

The value given in Table 6.1 is 207 GPa.

(b) The proportional limit is the stress level at which linearity of the stress-strain curve ends, which is approximately 400 MPa (60,000 psi).

(c) The 0.002 strain offset line intersects the stress-strain curve at approximately 550 MPa (80,000 psi).

(d) The tensile strength (the maximum on the curve) is approximately 570 MPa (82,000 psi).

6.26 We are asked to calculate the radius of a cylindrical brass specimen in order to produce an elongation of 10.8 mm when a load of 50,000 N is applied. It first becomes necessary to compute the strain corresponding to this elongation using Equation (6.2) as

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{10.8 \text{ mm}}{60 \text{ mm}} = 0.18$$

From Figure 6.12, a stress of 420 MPa (61,000 psi) corresponds to this strain. Since for a cylindrical specimen, stress, force, and initial radius r_0 are related as

$$\sigma = \frac{F}{\pi r_0^2}$$

then

$$r_o = \sqrt{\frac{F}{\pi\sigma}} = \sqrt{\frac{50000 \text{ N}}{\pi(420 \times 10^6 \text{ N/m}^2)}} = 0.0062 \text{ m} = 6.2 \text{ mm} (0.24 \text{ in.})$$

6.27 This problem asks us to determine the deformation characteristics of a steel specimen, the stress-strain behavior of which is shown in Figure 6.21.

(a) In order to ascertain whether the deformation is elastic or plastic, we must first compute the stress, then locate it on the stress-strain curve, and, finally, note whether this point is on the elastic or plastic region. Thus,

$$\sigma = \frac{F}{A_o} = \frac{44500 \text{ N}}{\pi \left(\frac{10 \times 10^{-3} \text{ m}}{2} \right)^2} = 565 \text{ MPa} (80,000 \text{ psi})$$

The 565 MPa point is past the linear portion of the curve, and, therefore, the deformation will be both elastic and plastic.

(b) This portion of the problem asks us to compute the increase in specimen length. From the stress-strain curve, the strain at 565 MPa is approximately 0.008. Thus, from Equation (6.2)

$$\Delta l = \epsilon l_o = (0.008)(500 \text{ mm}) = 4 \text{ mm} (0.16 \text{ in.})$$

6.28 (a) We are asked to compute the magnitude of the load necessary to produce an elongation of 0.46 mm for the steel displaying the stress-strain behavior shown in Figure 6.21. First, calculate the strain, and then the corresponding stress from the plot.

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l_o} = \frac{0.46 \text{ mm}}{300 \text{ mm}} = 0.0015$$

This is within the elastic region; from the inset of Figure 6.21, this corresponds to a stress of about 320 MPa (47,500 psi). Now,

$$F = \sigma A_o = \sigma b^2$$

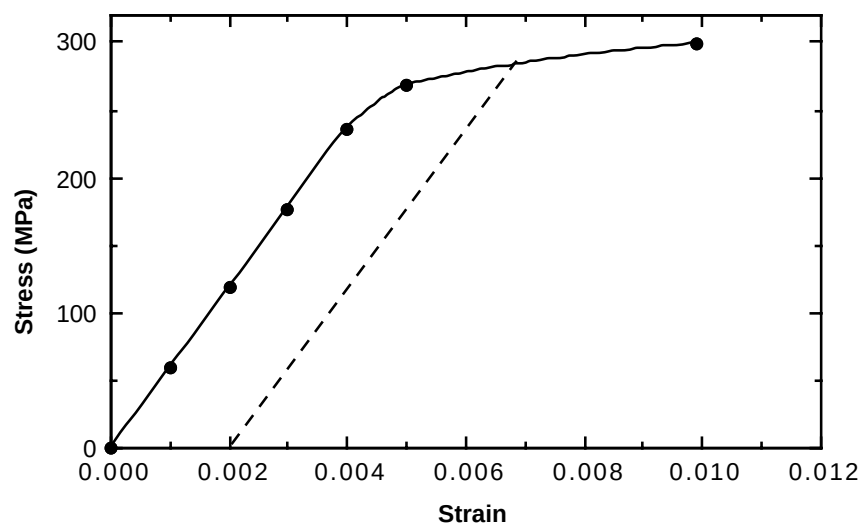
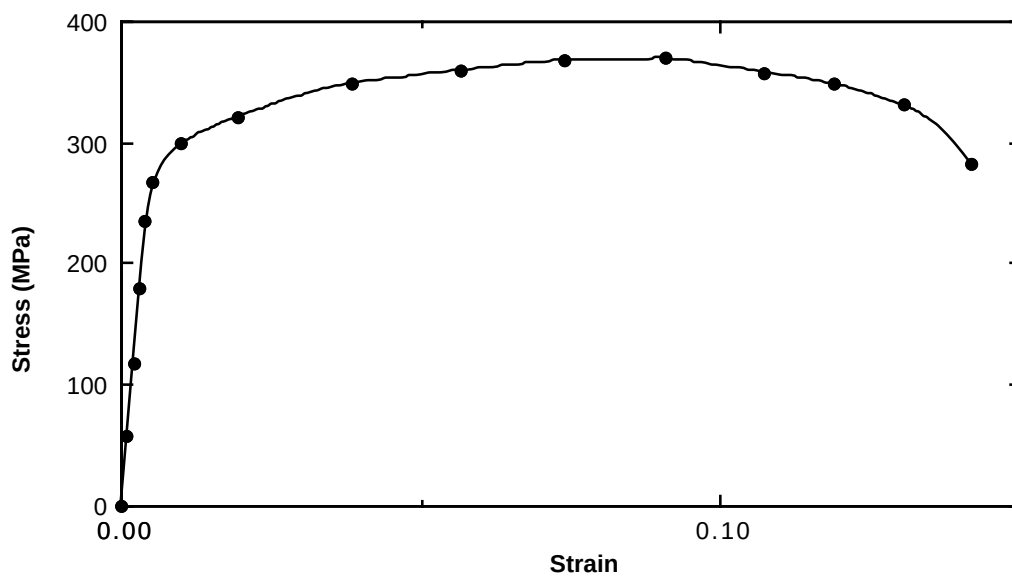
in which **b** is the cross-section side length. Thus,

$$F = (320 \times 10^6 \text{ N/m}^2)(4.5 \times 10^{-3} \text{ m})^2 = 6480 \text{ N} (1455 \text{ lb}_f)$$

(b) After the load is released there will be no deformation since the material was strained only elastically.

6.29 This problem calls for us to make a stress-strain plot for aluminum, given its tensile load-length data, and then to determine some of its mechanical characteristics.

(a) The data are plotted below on two plots: the first corresponds to the entire stress-strain curve, while for the second, the curve extends just beyond the elastic region of deformation.



(b) The elastic modulus is the slope in the linear elastic region as

$$E = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\epsilon} = \frac{200 \text{ MPa} - 0 \text{ MPa}}{0.0032 - 0} = 62.5 \times 10^3 \text{ MPa} = 62.5 \text{ GPa} \quad (9.1 \times 10^6 \text{ psi})$$

(c) For the yield strength, the 0.002 strain offset line is drawn dashed. It intersects the stress-strain curve at approximately 285 MPa (41,000 psi).

(d) The tensile strength is approximately 370 MPa (54,000 psi), corresponding to the maximum stress on the complete stress-strain plot.

(e) The ductility, in percent elongation, is just the plastic strain at fracture, multiplied by one-hundred. The total fracture strain at fracture is 0.165; subtracting out the elastic strain (which is about 0.005) leaves a plastic strain of 0.160. Thus, the ductility is about 16%EL.

(f) From Equation (6.14), the modulus of resilience is just

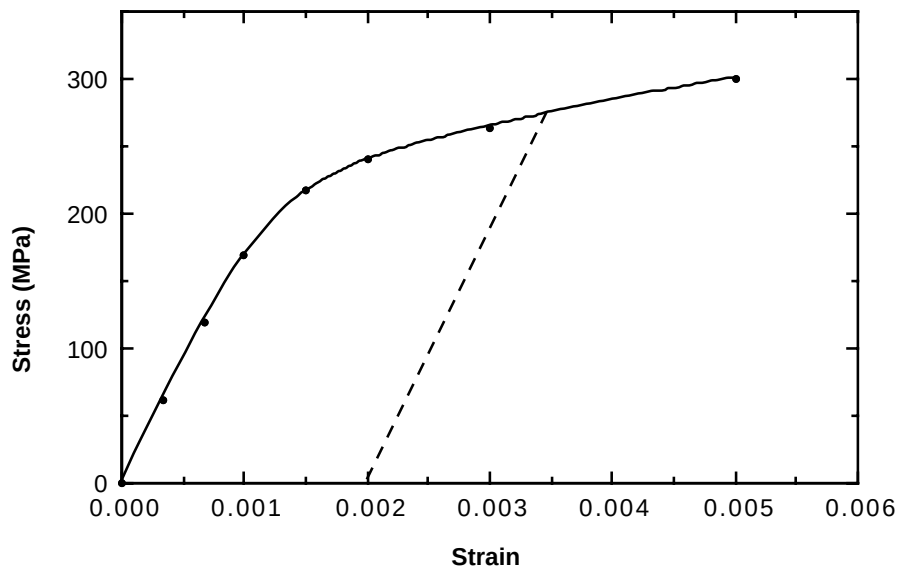
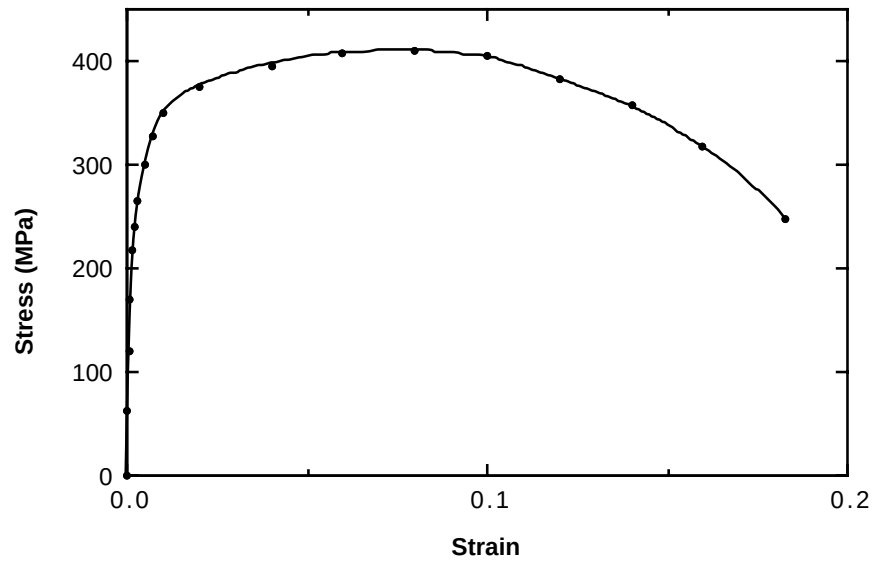
$$U_r = \frac{\sigma_y^2}{2E}$$

which, using data computed in the problem yields a value of

$$U_r = \frac{(285 \text{ MPa})^2}{(2)(62.5 \times 10^3 \text{ MPa})} = 6.5 \times 10^5 \text{ J/m}^3 \quad (93.8 \text{ in.-lb}_f/\text{in.}^3)$$

6.30 This problem calls for us to make a stress-strain plot for a ductile cast iron, given its tensile load-length data, and then to determine some of its mechanical characteristics.

(a) The data are plotted below on two plots: the first corresponds to the entire stress-strain curve, while for the second, the curve extends just beyond the elastic region of deformation.



(b) The elastic modulus is the slope in the linear elastic region as

$$E = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\epsilon} = \frac{100 \text{ MPa} - 0 \text{ psi}}{0.0005 - 0} = 200 \times 10^3 \text{ MPa} = 200 \text{ GPa} (29 \times 10^6 \text{ psi})$$

(c) For the yield strength, the 0.002 strain offset line is drawn dashed. It intersects the stress-strain curve at approximately 280 MPa (40,500 psi).

(d) The tensile strength is approximately 410 MPa (59,500 psi), corresponding to the maximum stress on the complete stress-strain plot.

(e) From Equation (6.14), the modulus of resilience is just

$$U_r = \frac{\sigma_y^2}{2E}$$

which, using data computed in the problem yields a value of

$$U_r = \frac{(280 \times 10^6 \text{ N/m}^2)^2}{(2)(200 \times 10^9 \text{ N/m}^2)} = 1.96 \times 10^5 \text{ J/m}^3 \text{ (28.3 in.-lb}_f\text{/in.}^3\text{)}$$

(f) The ductility, in percent elongation, is just the plastic strain at fracture, multiplied by one-hundred. The total fracture strain at fracture is 0.185; subtracting out the elastic strain (which is about 0.001) leaves a plastic strain of 0.184. Thus, the ductility is about 18.4%EL.

6.31 This problem calls for ductility in both percent reduction in area and percent elongation. Percent reduction in area is computed using Equation (6.12) as

$$\%RA = \frac{\pi\left(\frac{d_o}{2}\right)^2 - \pi\left(\frac{d_f}{2}\right)^2}{\pi\left(\frac{d_o}{2}\right)^2} \times 100$$

in which d_o and d_f are, respectively, the original and fracture cross-sectional areas. Thus,

$$\%RA = \frac{\pi\left(\frac{12.8 \text{ mm}}{2}\right)^2 - \pi\left(\frac{6.60 \text{ mm}}{2}\right)^2}{\pi\left(\frac{12.8 \text{ mm}}{2}\right)^2} \times 100 = 73.4\%$$

While, for percent elongation, use Equation (6.11) as

$$\begin{aligned} \%EL &= \left(\frac{l_f - l_o}{l_o} \right) \times 100 \\ &= \frac{72.14 \text{ mm} - 50.80 \text{ mm}}{50.80 \text{ mm}} \times 100 = 42\% \end{aligned}$$

6.32 This problem asks us to calculate the moduli of resilience for the materials having the stress-strain behaviors shown in Figures 6.12 and 6.21. According to Equation (6.14), the modulus of resilience U_r is a function of the yield strength and the modulus of elasticity as

$$U_r = \frac{\sigma_y^2}{2E}$$

The values for σ_y and E for the brass in Figure 6.12 are 250 MPa (36,000 psi) and 93.9 GPa (13.6×10^6 psi), respectively. Thus

$$U_r = \frac{(250 \text{ MPa})^2}{(2)(93.9 \times 10^3 \text{ MPa})} = 3.32 \times 10^5 \text{ J/m}^3 \quad (47.6 \text{ in.-lb}_f/\text{in.}^3)$$

The corresponding constants for the plain carbon steel in Figure 6.21 are 550 MPa (80,000 psi) and 250 GPa (36.3×10^6 psi), respectively, and therefore

$$U_r = \frac{(550 \text{ MPa})^2}{(2)(250 \times 10^3 \text{ MPa})} = 6.05 \times 10^5 \text{ J/m}^3 \quad (88.2 \text{ in.-lb}_f/\text{in.}^3)$$

6.33 The moduli of resilience of the alloys listed in the table may be determined using Equation (6.14). Yield strength values are provided in this table, whereas the elastic moduli are tabulated in Table 6.1.

For steel

$$U_r = \frac{\sigma_y^2}{2E}$$

$$= \frac{(550 \times 10^6 \text{ N/m}^2)^2}{(2)(207 \times 10^9 \text{ N/m}^2)} = 7.31 \times 10^5 \text{ J/m}^3 \quad (107 \text{ in.-lb}_f/\text{in.}^3)$$

For the brass

$$U_r = \frac{(350 \times 10^6 \text{ N/m}^2)^2}{(2)(97 \times 10^9 \text{ N/m}^2)} = 6.31 \times 10^5 \text{ J/m}^3 \quad (92.0 \text{ in.-lb}_f/\text{in.}^3)$$

For the aluminum alloy

$$U_r = \frac{(250 \times 10^6 \text{ N/m}^2)^2}{(2)(69 \times 10^9 \text{ N/m}^2)} = 4.53 \times 10^5 \text{ J/m}^3 \text{ (65.7 in.-lb}_f\text{/in.}^3\text{)}$$

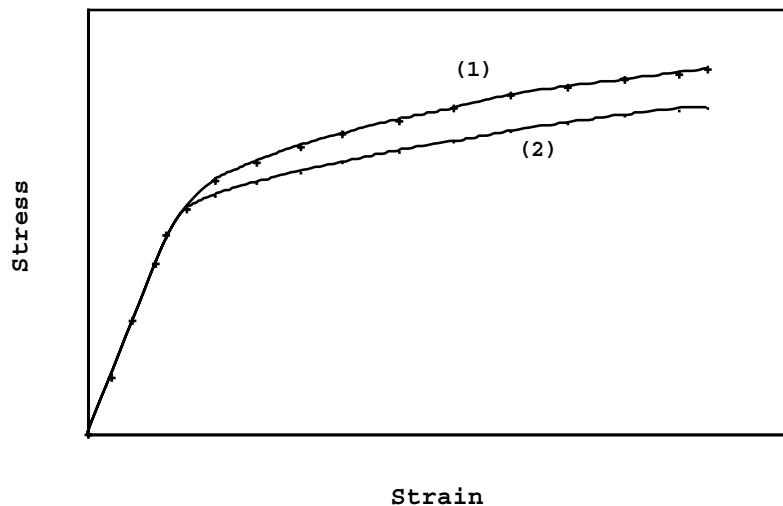
And, for the titanium alloy

$$U_r = \frac{(800 \times 10^6 \text{ N/m}^2)^2}{(2)(107 \times 10^9 \text{ N/m}^2)} = 30.0 \times 10^5 \text{ J/m}^3 \text{ (434 in.-lb}_f\text{/in.}^3\text{)}$$

- 6.34 The modulus of resilience, yield strength, and elastic modulus of elasticity are related to one another through Equation (6.14); the value of **E** for brass given in Table 6.1 is 97 GPa. Solving for σ_y from this expression yields

$$\begin{aligned}\sigma_y &= \sqrt{2U_r E} = \sqrt{(2)(0.75 \text{ MPa})(97 \times 10^3 \text{ MPa})} \\ &= 381 \text{ MPa (55,500 psi)}\end{aligned}$$

- 6.35 (a) In the schematic plot shown below, curve (1) represents the tensile true stress-strain behavior for a typical metal alloy.



- (b) The compressive stress-strain behavior is also represented by curve (1), which is virtually the same as that for the tensile behavior inasmuch as both compressive and tensile true stress take into account the cross-sectional area over which deformation is occurring (i.e., within the neck region for tensile behavior).

(c) Curve (2) in this plot represents the compression engineering stress-strain behavior for this same alloy; this curve lies below curve (1) which is for compression true stress and strain. The reason for this is that during compression the cross-sectional area is increasing (that is, $A_i > A_o$), and since $\sigma = F/A_o$ and $\sigma_T = F/A_i$, then it follows that $\sigma_T < \sigma$.

6.36 To show that Equation (6.18a) is valid, we must first rearrange Equation (6.17) as

$$A_i = \frac{A_o l_o}{l_i}$$

Substituting this expression into Equation (6.15) yields

$$\sigma_T = \frac{F}{A_i} = \frac{F}{A_o} \left(\frac{l_i}{l_o} \right) = \sigma \left(\frac{l_i}{l_o} \right)$$

But, from Equation (6.2)

$$\epsilon = \frac{l_i}{l_o} - 1$$

Or

$$\frac{l_i}{l_o} = \epsilon + 1$$

Thus,

$$\sigma_T = \sigma \left(\frac{l_i}{l_o} \right) = \sigma(\epsilon + 1)$$

For Equation (6.18b)

$$\epsilon_T = \ln(1 + \epsilon)$$

is valid since

$$\epsilon_T = \ln \left(\frac{l_i}{l_o} \right)$$

and

$$\frac{l_i}{l_o} = \epsilon + 1$$

from above.

6.37 This problem asks us to demonstrate that true strain may also be represented by

$$\epsilon_T = \ln \left(\frac{A_0}{A_i} \right)$$

Rearrangement of Equation (6.17) leads to

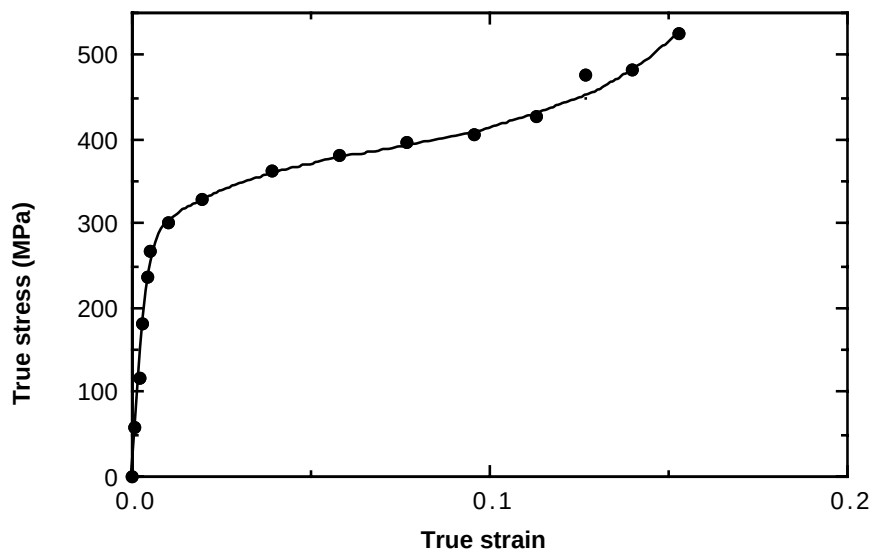
$$\frac{l_i}{l_0} = \frac{A_0}{A_i}$$

Thus, Equation (6.16) takes the form

$$\epsilon_T = \ln \left(\frac{l_i}{l_0} \right) = \ln \left(\frac{A_0}{A_i} \right)$$

The expression $\epsilon_T = \ln \left(\frac{A_0}{A_i} \right)$ is more valid during necking because A_i is taken as the area of the neck.

6.38 These true stress-strain data are plotted below.



6.39 We are asked to compute the true strain that results from the application of a true stress of 600 MPa (87,000 psi); other true stress-strain data are also given. It first becomes necessary to solve for n in Equation (6.19). Taking logarithms of this expression and after rearrangement we have

$$n = \frac{\log \sigma_T - \log K}{\log \epsilon_T}$$

$$= \frac{\log (575 \text{ MPa}) - \log (860 \text{ MPa})}{\log (0.2)} = 0.250$$

Expressing ϵ_T as the dependent variable, and then solving for its value from the data stipulated in the problem, leads to

$$\epsilon_T = \left(\frac{\sigma_T}{K} \right)^{1/n} = \left(\frac{600 \text{ MPa}}{860 \text{ MPa}} \right)^{1/0.25} = 0.237$$

6.40 We are asked to compute how much elongation a metal specimen will experience when a true stress of 325 MPa is applied, given the value of n and that a given true stress produces a specific true strain. Solution of this problem requires that we utilize Equation (6.19). It is first necessary to solve for K from the given true stress and strain. Rearrangement of this equation yields

$$K = \frac{\sigma_T}{(\epsilon_T)^n} = \frac{415 \text{ MPa}}{(0.475)^{0.25}} = 500 \text{ MPa (72,500 psi)}$$

Next we must solve for the true strain produced when a true stress of 415 MPa is applied, also using Equation (6.19). Thus

$$\epsilon_T = \left(\frac{\sigma_T}{K} \right)^{1/n} = \left(\frac{325 \text{ MPa}}{500 \text{ MPa}} \right)^{1/0.25} = 0.179 = \ln \left(\frac{l_i}{l_o} \right)$$

Now, solving for l_i gives

$$l_i = l_o e^{0.179} = (300 \text{ mm}) e^{0.179} = 358.8 \text{ mm (14.11 in.)}$$

And finally, the elongation Δl is just

$$\Delta l = l_i - l_o = 358.8 \text{ mm} - 300 \text{ mm} = 58.8 \text{ mm} (2.31 \text{ in.})$$

6.41 For this problem, we are given two values of ϵ_T and σ_T , from which we are asked to calculate the true stress which produces a true plastic strain of 0.25. Employing Equation (6.19), we may set up two simultaneous equations with two unknowns (the unknowns being **K** and **n**), as

$$\log (50,000 \text{ psi}) = \log K + n \log (0.10)$$

$$\log (60,000 \text{ psi}) = \log K + n \log (0.20)$$

From these two expressions,

$$n = \frac{\log (50,000) - \log (60,000)}{\log (0.1) - \log (0.2)} = 0.263$$

$$\log K = 4.96 \text{ or } K = 91,623 \text{ psi}$$

Thus, for $\epsilon_T = 0.25$

$$\sigma_T = K(\epsilon_T)^n = (91,623 \text{ psi})(0.25)^{0.263} = 63,700 \text{ psi} (440 \text{ MPa})$$

6.42 For this problem we first need to convert engineering stresses and strains to true stresses and strains so that the constants **K** and **n** in Equation (6.19) may be determined. Since $\sigma_T = \sigma(1 + \epsilon)$ then

$$\sigma_{T1} = (235 \text{ MPa})(1 + 0.194) = 280 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{T2} = (250 \text{ MPa})(1 + 0.296) = 324 \text{ MPa}$$

Similarly for strains, since $\epsilon_T = \ln(1 + \epsilon)$ then

$$\epsilon_{T1} = \ln(1 + 0.194) = 0.177$$

$$\epsilon_{T2} = \ln(1 + 0.296) = 0.259$$

Taking the logarithm of Equation (6.19), we get

$$\log \sigma_T = \log K + n \log \epsilon_T$$

which allows us to set up two simultaneous equations for the above pairs of true stresses and true strains, with **K** and **n** as unknowns. Thus

$$\log(280) = \log K + n \log(0.177)$$

$$\log(324) = \log K + n \log(0.259)$$

Solving for these two expressions yields **K** = 543 MPa and **n** = 0.383.

Now, converting $\epsilon = 0.25$ to true strain

$$\epsilon_T = \ln(1 + 0.25) = 0.223$$

The corresponding σ_T to give this value of ϵ_T is just

$$\sigma_T = K \epsilon_T^n = (543 \text{ MPa})(0.223)^{0.383} = 306 \text{ MPa}$$

Now converting this σ_T to an engineering stress

$$\sigma = \frac{\sigma_T}{1 + \epsilon} = \frac{306 \text{ MPa}}{1 + 0.25} = 245 \text{ MPa}$$

6.43 This problem calls for us to compute the toughness (or energy to cause fracture). The easiest way to do this is to integrate both elastic and plastic regions, and then add them together.

$$\text{Toughness} = \int \sigma d\epsilon$$

$$= \int_0^{0.01} E \epsilon d\epsilon + \int_{0.01}^{0.75} K \epsilon^n d\epsilon$$

$$= \frac{E \epsilon^2}{2} \Big|_0^{0.01} + \frac{K}{(n+1)} \epsilon^{(n+1)} \Big|_{0.01}^{0.75}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{172 \times 10^9 \text{ N/m}^2}{2} (0.01)^2 + \frac{6900 \times 10^6 \text{ N/m}^2}{(1.0 + 0.3)} \left[(0.75)^{1.3} - (0.01)^{1.3} \right] \\
&= 3.65 \times 10^9 \text{ J/m}^3 \quad (5.29 \times 10^5 \text{ in.-lb./in.}^3)
\end{aligned}$$

6.44 This problem asks that we determine the value of ϵ_T for the onset of necking assuming that necking begins when

$$\frac{d\sigma_T}{d\epsilon_T} = \sigma_T$$

Let us take the derivative of Equation (6.19), set it equal to σ_T , and then solve for ϵ_T from the resulting expression. Thus

$$\frac{d \left[K(\epsilon_T)^n \right]}{d\epsilon_T} = Kn(\epsilon_T)^{(n-1)} = \sigma_T$$

However, from Equation (6.19) $\sigma_T = K(\epsilon_T)^n$, which, when substituted into the above expression, yields

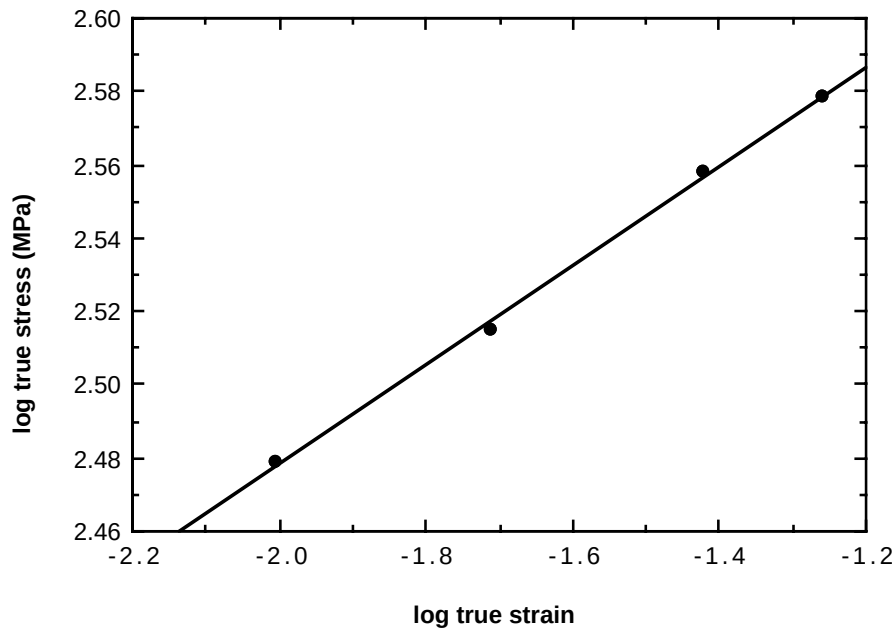
$$Kn(\epsilon_T)^{(n-1)} = K(\epsilon_T)^n$$

Now solving for ϵ_T from this equation leads to

$$\epsilon_T = n$$

as the value of the true strain at the onset of necking.

6.45 This problem calls for us to utilize the appropriate data from Problem 6.29 in order to determine the values of n and K for this material. From Equation (6.19) the slope and intercept of a $\log \sigma_T$ versus $\log \epsilon_T$ plot will yield n and $\log K$, respectively. However, Equation (6.19) is only valid in the region of plastic deformation to the point of necking; thus, only the 7th, 8th, 9th, and 10th data points may be utilized. The log-log plot with these data points is given below.



The slope yields a value of 0.136 for n , whereas the intercept gives a value of 2.7497 for $\log K$, and thus $K = 562$ MPa.

- 6.46 (a) In order to compute the final length of the brass specimen when the load is released, it first becomes necessary to compute the applied stress using Equation (6.1); thus

$$\sigma = \frac{F}{A_0} = \frac{F}{\pi \left(\frac{d_0}{2} \right)^2} = \frac{6000 \text{ N}}{\pi \left(\frac{7.5 \times 10^{-3} \text{ m}}{2} \right)^2} = 136 \text{ MPa (19,000 psi)}$$

Upon locating this point on the stress-strain curve (Figure 6.12), we note that it is in the linear, elastic region; therefore, when the load is released the specimen will return to its original length of 90 mm (3.54 in.).

- (b) In this portion of the problem we are asked to compute the final length, after load release, when the load is increased to 16,500 N (3700 lb_f). Again, computing the stress

$$\sigma = \frac{16500 \text{ N}}{\pi \left(\frac{7.5 \times 10^{-3} \text{ m}}{2} \right)^2} = 373 \text{ MPa (52,300 psi)}$$

The point on the stress-strain curve corresponding to this stress is in the plastic region. We are able to estimate the amount of permanent strain by drawing a straight line parallel to the linear

elastic region; this line intersects the strain axis at a strain of about 0.08 which is the amount of plastic strain. The final specimen length l_i may be determined from Equation (6.2) as

$$l_i = l_o(1 + \epsilon) = (90 \text{ mm})(1 + 0.08) = 97.20 \text{ mm (3.82 in.)}$$

- 6.47 (a) We are asked to determine both the elastic and plastic strains when a tensile force of 33,400 N (7500 lb_f) is applied to the steel specimen and then released. First it becomes necessary to determine the applied stress using Equation (6.1); thus

$$\sigma = \frac{F}{A_o} = \frac{F}{b_o d_o}$$

where b_o and d_o are cross-sectional width and depth (19 mm and 3.2 mm, respectively). Thus

$$\sigma = \frac{33400 \text{ N}}{(19 \times 10^{-3} \text{ m})(3.2 \times 10^{-3} \text{ m})} = 550 \text{ MPa (80,000 psi)}$$

From the inset portion of the figure, this point is in the plastic region so there will be both elastic and plastic strains present. The total strain at this point, ϵ_t , is about 0.005. We are able to estimate the amount of permanent strain recovery ϵ_e from Hooke's law, Equation (6.5) as

$$\epsilon_e = \frac{\sigma}{E}$$

And, since $E = 207 \text{ GPa}$ for steel (Table 6.1)

$$\epsilon_e = \frac{550 \text{ MPa}}{207 \times 10^3 \text{ MPa}} = 0.0027$$

The value of the plastic strain, ϵ_p is just the difference between the total and elastic strains; that is

$$\epsilon_p = \epsilon_t - \epsilon_e = 0.0050 - 0.0027 = 0.0023$$

- (b) If the initial length is 460 mm (18 in.) then the final specimen length l_i may be determined from Equation (6.2) using the plastic strain value as

$$l_i = l_o(1 + \epsilon_p) = (460 \text{ mm})(1 + 0.0023) = 461.1 \text{ mm (18.05 in.)}$$

6.48 (a) We are asked to compute the Brinell hardness for the given indentation. It is necessary to use the equation in Table 6.4 for HB, where $P = 500$ kg, $d = 1.62$ mm, and $D = 10$ mm. Thus, the Brinell hardness is computed as

$$HB = \frac{2P}{\pi D [D - \sqrt{D^2 - d^2}]}$$

$$= \frac{(2)(500 \text{ kg})}{(\pi)(10 \text{ mm}) [10 \text{ mm} - \sqrt{(10 \text{ mm})^2 - (1.62 \text{ mm})^2}]} = 241$$

(b) This part of the problem calls for us to determine the indentation diameter d which will yield a 450 HB when $P = 500$ kg. Solving for d from this equation in Table 6.4 gives

$$d = \sqrt{D^2 - \left[D - \frac{2P}{(HB)\pi D} \right]^2}$$

$$= \sqrt{(10 \text{ mm})^2 - \left[10 \text{ mm} - \frac{(2)(500 \text{ kg})}{(450)(\pi)(10 \text{ mm})} \right]^2} = 1.19 \text{ mm}$$

6.49 This problem calls for estimations of Brinell and Rockwell hardnesses.

(a) For the brass specimen, the stress-strain behavior for which is shown in Figure 6.12, the tensile strength is 450 MPa (65,000 psi). From Figure 6.19, the hardness for brass corresponding to this tensile strength is about 125 HB or 70 HRB.

(b) The plain carbon steel (Figure 6.21) has a tensile strength of about 570 MPa (82,000 psi). This corresponds to a hardness of about 170 HB or 91 HRB from the line for steels in Figure 6.19.

6.50 This problem calls for us to specify expressions similar to Equations (6.20a) and (6.20b) for nodular cast iron and brass. These equations, for a straight line, are of the form

$$TS = C + (E)(HB)$$

where **TS** is the tensile strength, **HB** is the Brinell hardness, and **C** and **E** are constants, which need to be determined.

One way to solve for **C** and **E** is analytically--establishing two equations from **TS** and **HB** data points on the plot, as

$$\begin{aligned}(\text{TS})_1 &= C + (E)(\text{BH})_1 \\ (\text{TS})_2 &= C + (E)(\text{BH})_2\end{aligned}$$

Solving for **E** from these two expressions yields

$$E = \frac{(\text{TS})_1 - (\text{TS})_2}{(\text{HB})_2 - (\text{HB})_1}$$

For nodular cast iron, if we make the arbitrary choice of **(HB)₁** and **(HB)₂** as 200 and 300, respectively, then, from Figure 6.18, **(TS)₁** and **(TS)₂** take on values of 87,000 psi (600 MPa) and 160,000 psi (1100 MPa), respectively. Substituting these values into the above expression and solving for **E** gives

$$E = \frac{87000 \text{ psi} - 160000 \text{ psi}}{200 \text{ HB} - 300 \text{ HB}} = 730 \text{ psi/HB (5.0 MPa/HB)}$$

Now, solving for **C** yields

$$\begin{aligned}C &= (\text{TS})_1 - (E)(\text{BH})_1 \\ &= 87,000 \text{ psi} - (730 \text{ psi/HB})(200 \text{ HB}) = -59,000 \text{ psi (-400 MPa)}\end{aligned}$$

Thus, for nodular cast iron, these two equations take the form

$$\begin{aligned}\text{TS}(\text{psi}) &= -59,000 + 730 \times \text{HB} \\ \text{TS}(\text{MPa}) &= -400 + 5.0 \times \text{HB}\end{aligned}$$

Now for brass, we take **(HB)₁** and **(HB)₂** as 100 and 200, respectively, then, from Figure 6.18, **(TS)₁** and **(TS)₂** take on values of 54,000 psi (370 MPa) and 95,000 psi (660 MPa), respectively. Substituting these values into the above expression and solving for **E** gives

$$E = \frac{54000 \text{ psi} - 95000 \text{ psi}}{100 \text{ HB} - 200 \text{ HB}} = 410 \text{ psi/HB (2.9 MPa/HB)}$$

Now, solving for **C** yields

$$C = (TS)_1 - (E)(BH)_1$$

$$= 54,000 \text{ psi} - (410 \text{ psi/HB})(100 \text{ HB}) = 13,000 \text{ psi} \text{ (80 MPa)}$$

Thus, for brass these two equations take the form

$$TS(\text{psi}) = 13,000 + 410 \times HB$$

$$TS(\text{MPa}) = 80 + 2.9 \times HB$$

6.51 The five factors that lead to scatter in measured material properties are the following: 1) test method; 2) variation in specimen fabrication procedure; 3) operator bias; 4) apparatus calibration; and 5) material inhomogeneities and/or compositional differences.

6.52 The average of the given hardness values is calculated using Equation (6.21) as

$$\begin{aligned} \overline{HRB} &= \frac{\sum_{i=1}^{15} HRB_i}{15} \\ &= \frac{83.3 + 88.3 + 82.8 + \dots + 86.3}{15} = 85.3 \end{aligned}$$

And we compute the standard deviation using Equation (6.22) as follows:

$$\begin{aligned} s &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{15} (HRB_i - \overline{HRB})^2}{15 - 1}} \\ &= \left[\frac{(83.3 - 85.3)^2 + (88.3 - 85.3)^2 + \dots + (86.3 - 85.3)^2}{14} \right]^{1/2} \\ &= \sqrt{\frac{60.31}{14}} = 2.08 \end{aligned}$$

6.53 The criteria upon which factors of safety are based are 1) consequences of failure, 2) previous experience, 3) accuracy of measurement of mechanical forces and/or material properties, and 4) economics.

6.54 The working stresses for the two alloys the stress-strain behaviors of which are shown in Figures 6.12 and 6.21 are calculated by dividing the yield strength by a factor of safety, which we will take to be 2. For the brass alloy (Figure 6.12), since $\sigma_y = 250$ MPa (36,000 psi), the working stress is 125 MPa (18,000 psi), whereas for the steel alloy (Figure 6.21), $\sigma_y = 570$ MPa (82,000 psi), and, therefore, $\sigma_w = 285$ MPa (41,000 psi).

Design Problems

6.D1 For this problem the working stress is computed using Equation (6.24) with $N = 2$, as

$$\sigma_w = \frac{\sigma_y}{2} = \frac{1030 \text{ MPa}}{2} = 515 \text{ MPa (75,000 psi)}$$

Since the force is given, the area may be determined from Equation (6.1), and subsequently the original diameter d_o may be calculated as

$$A_o = \frac{F}{\sigma_w} = \pi \left(\frac{d_o}{2} \right)^2$$

And

$$\begin{aligned} d_o &= \sqrt{\frac{4F}{\pi\sigma_w}} = \sqrt{\frac{(4)(11100 \text{ N})}{\pi(515 \times 10^6 \text{ N/m}^2)}} \\ &= 5.23 \times 10^{-3} \text{ m} = 5.23 \text{ mm (0.206 in.)} \end{aligned}$$

6.D2 (a) This portion of the problem asks for us to compute the wall thickness of a thin-walled cylindrical Ni tube at 300°C through which hydrogen gas diffuses. The inside and outside pressures are, respectively, 1.013 and 0.01013 MPa, and the diffusion flux is to be no greater than $1 \times 10^{-7} \text{ mol/m}^2\text{-s}$. This is a steady-state diffusion problem, which necessitates that we employ Equation (5.3). The concentrations at the inside and outside wall faces may be determined using Equation (6.28), and, furthermore, the diffusion coefficient is computed using Equation (5.8). Solving for Δx

$$\begin{aligned}
\Delta x &= - \frac{D\Delta C}{J} \\
&= \frac{1}{1 \times 10^{-7} \text{ mol/m}^2/\text{s}} \times \\
&\quad (4.76 \times 10^{-7}) \exp \left(- \frac{39560 \text{ J/mol}}{(8.31 \text{ J/mol-K})(300 + 273 \text{ K})} \right) \times \\
&\quad (30.8) \exp \left(- \frac{12300 \text{ J/mol}}{(8.31 \text{ J/mol-K})(300 + 273 \text{ K})} \right) \left(\sqrt{1.013 \text{ MPa}} - \sqrt{0.01013 \text{ MPa}} \right) \\
&= 0.0025 \text{ m} = 2.5 \text{ mm}
\end{aligned}$$

(b) Now we are asked to determine the circumferential stress:

$$\begin{aligned}
\sigma &= \frac{\Delta p r}{4\Delta x} \\
&= \frac{(1.013 \text{ MPa} - 0.01013 \text{ MPa})(0.1 \text{ m})}{(4)(0.0025 \text{ m})} \\
&= 10 \text{ MPa}
\end{aligned}$$

(c) Now we are to compare this value of stress to the yield strength of Ni at 300°C, from which it is possible to determine whether or not the 2.5 mm wall thickness is suitable. From the information given in the problem, we may write an equation for the dependence of yield strength on temperature as follows:

$$\sigma_y = 100 \text{ MPa} - 0.1 \text{ MPa } (T - 20)$$

for temperature in degrees Celsius. Thus, at 300°C

$$\sigma_y = 100 \text{ MPa} - 0.1 \text{ MPa } (300 - 20) = 72 \text{ MPa}$$

Inasmuch as the circumferential stress (10 MPa) is much less than the yield strength (72 MPa), this thickness is entirely suitable.

(d) And, finally, this part of the problem asks that we specify how much this thickness may be reduced and still retain a safe design. Let us use a working stress by dividing the yield stress by a factor of safety, according to Equation (6.24). On the basis of our experience, let us use a value of 2.0 for **N**. Thus

$$\sigma_w = \frac{\sigma_y}{N} = \frac{72 \text{ MPa}}{2} = 36 \text{ MPa}$$

Using this value for σ_w and Equation (6.30), we now compute the tube thickness as

$$\begin{aligned} \Delta x &= \frac{r \Delta p}{4 \sigma_w} \\ &= \frac{(0.1 \text{ m})(1.013 \text{ MPa} - 0.01013 \text{ MPa})}{4(36 \text{ MPa})} \\ &= 0.0007 \text{ m} = 0.7 \text{ mm} \end{aligned}$$

Substitution of this value into Fick's first law we calculate the diffusion flux as follows:

$$\begin{aligned} J &= -D \frac{\Delta C}{\Delta x} \\ &= (4.76 \times 10^{-7}) \exp \left(-\frac{39560 \text{ J/mol}}{(8.31 \text{ J/mol-K})(300 + 273 \text{ K})} \right) \times \\ &\quad \frac{(30.8) \exp \left(-\frac{12300 \text{ J/mol}}{(8.31 \text{ J/mol-K})(300 + 273 \text{ K})} \right) (\sqrt{1.013 \text{ MPa}} - \sqrt{0.01013 \text{ MPa}})}{0.0007 \text{ m}} \\ &= 3.63 \times 10^{-7} \text{ mol/m}^2\text{-s} \end{aligned}$$

Thus, the flux increases by approximately a factor of 3.5, from 1×10^{-7} to $3.63 \times 10^{-7} \text{ mol/m}^2\text{-s}$ with this reduction in thickness.

6.D3 This problem calls for the specification of a temperature and cylindrical tube wall thickness that will give a diffusion flux of $5 \times 10^{-8} \text{ mol/m}^2\text{-s}$ for the diffusion of hydrogen in nickel; the tube radius is 0.125 m and the inside and outside pressures are 2.026 and 0.0203 MPa, respectively. There are probably several different approaches that may be used; and, of course, there is not one unique solution. Let us employ the following procedure to solve this

problem: 1) assume some wall thickness, and, then, using Fick's first law for diffusion [which also employs Equations (5.3) and (5.8)], compute the temperature at which the diffusion flux is that required; 2) compute the yield strength of the nickel at this temperature using the dependence of yield strength on temperature as stated in Problem 6.D2; 3) calculate the circumferential stress on the tube walls using Equation (6.30); and 4) compare the yield strength and circumferential stress values--the yield strength should probably be at least twice the stress in order to make certain that no permanent deformation occurs. If this condition is not met then another iteration of the procedure should be conducted with a more educated choice of wall thickness.

As a starting point, let us arbitrarily choose a wall thickness of 2 mm (2×10^{-3} m). The steady-state diffusion equation, Equation (5.3), takes the form

$$\begin{aligned}
 J &= -D \frac{\Delta C}{\Delta x} \\
 &= 5 \times 10^{-8} \text{ mol/m}^2\text{-s} \\
 &= (4.76 \times 10^{-7}) \exp\left(-\frac{39560 \text{ J/mol}}{(8.31 \text{ J/mol-K})(T)}\right) \times \\
 &\quad \frac{(30.8) \exp\left(-\frac{12300 \text{ J/mol}}{(8.31 \text{ J/mol-K})(T)}\right) (\sqrt{2.026 \text{ MPa}} - \sqrt{0.0203 \text{ MPa}})}{0.002 \text{ m}}
 \end{aligned}$$

Solving this expression for the temperature T gives $T = 514 \text{ K} = 241^\circ\text{C}$.

The next step is to compute the stress on the wall using Equation (6.30); thus

$$\begin{aligned}
 \sigma &= \frac{r\Delta p}{4\Delta x} \\
 &= \frac{(0.125 \text{ m})(2.026 \text{ MPa} - 0.0203 \text{ MPa})}{(4)(2 \times 10^{-3} \text{ m})} \\
 &= 31.3 \text{ MPa}
 \end{aligned}$$

Now, the yield strength of Ni at this temperature may be computed as

$$\sigma_y = 100 \text{ MPa} - 0.1 \text{ MPa } (241^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C}) = 77.9 \text{ MPa}$$

Inasmuch as this yield strength is greater than twice the circumferential stress, wall thickness and temperature values of 2 mm and 241°C are satisfactory design parameters.